

Höhere Mathematik II (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

5. Übungsblatt

Abgabetermin: 15.05.2014, 12:00

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, ob folgende Mengen U_i offen oder abgeschlossen sind. Bestimmen Sie jeweils die Mengen ∂U_i , \mathring{U}_i , \overline{U}_i und skizzieren Sie die Mengen.

- a) $U_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < x^2\}$
- b) $U_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq x^2\}$
- c) $U_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 \leq 4\}$

Aufgabe 2

Skizzieren Sie folgende Kurven im \mathbb{R}^2 :

a) $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}, t \in [0, 2\pi]$

Tipp: Ellipsengleichung.

b) $\gamma(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$

c) $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \end{pmatrix}, t \in [0, 4\pi]$ mit

$$\gamma_1(t) = \begin{cases} \cos t & , 0 \leq t \leq \pi \\ -1 & , \pi < t \leq 2\pi \\ -\cos t & , 2\pi < t \leq 3\pi \\ 1 & , 3\pi < t \leq 4\pi \end{cases} \quad \text{und} \quad \gamma_2(t) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq t \leq \pi \\ -\cos t & , \pi < t \leq 2\pi \\ -1 & , 2\pi < t \leq 3\pi \\ \cos t & , 3\pi < t \leq 4\pi \end{cases}$$

Aufgabe 3

Überprüfen Sie, ob die Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \quad g(x, y) = \begin{cases} x \ln(x^2 + y^2), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

stetig sind.

Aufgabe 4

Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen von f und g und bestimmen Sie den Gradienten bzw. die Funktionalmatrix.

a) $f : (0, \infty)^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = 2 \sin(x) + x \ln(yz)$

b) $g : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
<http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>