

## Höhere Mathematik II (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

### 13. Übungsblatt

Abgabetermin: 10.07.2014, 12:00

#### Aufgabe 1

Ein Torus im  $\mathbb{R}^3$  lässt sich durch einen Kreis mit Radius  $0 < r < a$  und Mittelpunkt  $(0, 0, a)$  in der  $xz$ -Ebene, welcher um die  $x$ -Achse rotiert, charakterisieren. Berechnen Sie die Fläche des Torus als die Summe der zwei Rotationsflächen der halben Tori, indem Sie diese durch geeignete Funktionsgraphen beschreiben.

#### Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme und geben Sie die zugehörigen maximalen Definitionsbereiche an:

a)  $(x^2 - 3)y' + xy + \sqrt{x^2 - 3} = 0, \quad y(2) = 1,$

b)  $3 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{2yy'}{x} = 0, \quad y(1) = 1.$

#### Aufgabe 3

Betrachten Sie zu den stetigen Funktionen  $f, g, h : I \rightarrow \mathbb{R}$  die Differentialgleichung

$$y' + f(x)y + g(x)y^2 = h(x).$$

a) Ist  $y_p$  eine spezielle Lösung, so erfüllt für jede andere Lösung  $y$  die Differenz  $u := y_p - y$  eine Bernoulli-DGL. Bestimmen Sie diese.

b) Die Differentialgleichung

$$(1) \quad y' + (2x + 3)y - y^2 = x^2 + 3x + 3$$

besitzt eine Lösung  $y_p = ax + b$ . Berechnen Sie mögliche Koeffizienten  $a, b \in \mathbb{R}$ .

c) Bestimmen Sie alle Lösungen der DGL (1).

#### Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösungen zu folgenden Differentialgleichungen:

a)  $3x^2 + 8xy + (4x^2 + 2y)y' = 0,$

b)  $\frac{e^x}{1+e^x}y^2 + 2yy' = 0.$

#### Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>