

Höhere Mathematik IV

1. Übungsblatt

Abgabetermin: 16.04.2015, 12:00

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Grundlösungen $u(x, t) = V(x)W(t)$ in Produktform, die die partielle Differentialgleichung

$$tu_t(x, t) - 2xu_x(x, t) - x^2u_{xx}(x, t) = 0$$

erfüllen. (Hinweis: Produktansatz in die Differentialgleichung einsetzen und Variablen trennen.)

Aufgabe 2

Für die Temperaturverteilung im Erdboden gilt

$$\begin{aligned} u_t &= Ku_{xx}, & 0 < x < \infty, & -\infty < t < \infty, \\ u(0, t) &= u_0(t), \end{aligned} \tag{1}$$

mit der Diffusionskonstante $K = 0.002 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$ und der Oberflächentemperatur $u_0(t)$. Im Weinkeller soll die Temperatur um 6 Monate phasenverschoben zur Oberflächentemperatur sein. Diese werde angenähert durch

$$u_0(t) = A_0 \cdot \cos \omega t.$$

- (i) Man bestimme eine beschränkte Lösung von (1) für $u_0(t) = A_0 \cdot \cos \omega t$. (Hinweis: Rechnen Sie im Komplexen mit der Anfangsbedingung $u(0, t) = e^{i\omega t}$.)
- (ii) In welcher Tiefe soll der Weinkeller angelegt werden?

Organisatorisches

- ACHTUNG: Die Vorlesung findet ab dem 17.04.2015 im Hörsaal M/E28 statt.
- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2015/hoema4.html>