

Höhere Mathematik IV

7. Übungsblatt

Abgabetermin: 28.05.2015, 12:00

Aufgabe 1

Wir betrachten das Eigenwertproblem

$$-\Delta u = \lambda u$$

mit homogenen Dirichlet-Randbedingungen auf $M = [0, a] \times [0, b]$ mit $a, b \in \mathbb{R}_+$.

(i) Zeigen Sie, dass

$$u_{m,n}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad m, n \in \mathbb{N},$$

eine Eigenfunktion zum Eigenwert $\lambda_{m,n} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ ist.

(ii) Geben Sie für $a = 2b$ einen vierfachen Eigenwert an.

Aufgabe 2

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei zweimal stetig differenzierbar. Zeigen Sie, dass

$$u(x, y, t) = f(\alpha x + \beta y - ct)$$

für $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ die Wellengleichung

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} u_{tt} = 0$$

erfüllt.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2015/hoema4.html>