

Numerische Mathematik für Physiker und Ingenieure

9. Übungsblatt

Abgabetermin: 18.06.2015, 12:00

Aufgabe 1

- (i) Gegeben seien der Knotenvektor $(x_0, x_1, x_2, x_3) = (1, 2, 3, 4)$ und die Funktion $f = \ln$. Berechnen Sie mit Hilfe des Schemas der dividierten Differenzen das Interpolationspolynom $p_3 \in \mathcal{P}_3$.
- (ii) Sie erhalten zusätzlich die Information $(x_4, y_4) = (5/2, \ln(5/2))$. Erweitern Sie Ihr Schema um diesen Wert und berechnen Sie das aktualisierte Interpolationspolynom $p_4 \in \mathcal{P}_4$.
(Hinweis: Ab der dritten Spalte des Schemas ist der Einsatz eines Taschenrechners gestattet.)
- (iii) Zeichnen Sie mit Hilfe von Octave oder Matlab die Funktion f , die Daten (x_k, y_k) , $k = 0, \dots, 4$, sowie die Polynome p_3 und p_4 auf dem Intervall $[\frac{3}{4}, \frac{17}{4}]$. Zeichnen Sie anschließend in einer weiteren Graphik die Fehlerfunktionen $r_3 = |f - p_3|$ und $r_4 = |f - p_4|$. Erstellen Sie in einem dritten Plot eine Zeichnung des Graphen des Knotenpolynoms $w(x) = \prod_{j=0}^4 (x - x_j)$ auf $[1, 4]$.
(Hinweis: Mit dem `subplot`-Befehl können alle drei Graphiken in einem Fenster ausgegeben werden. Fügen Sie diesen Ausdruck Ihrer Abgabe bei. Ein Programm per Mail wird nicht benötigt.)
- (iv) Berechnen Sie eine gleichmäßige obere Schranke für den Interpolationsfehler, indem Sie die rechte Seite in

$$|f(x) - p_4(x)| = \left| \frac{f^{(5)}(\xi_x)}{5!} \right| |w(x)|$$

auf dem Knotenintervall $[1, 4]$ abschätzen. Für die Ermittlung der oberen Schranke von w genügt das Ablesen aus der Zeichnung in c). Vergleichen Sie Ihre ermittelte Schranke mit der Zeichnung von r_4 .

Aufgabe 2

Die nachfolgende Tabelle zeigt Stützstellen und Messwerte eines Versuchs:

x_k	y_k
0	2
0.1	1.58
0.2	1.32
0.3	1.22
0.4	1.24
0.5	1.50
0.6	1.88
0.7	2.42
0.8	3.12
0.9	3.98
1.0	5.00

Es ist bekannt, dass die Messwerte y_k für $k = 0, \dots, 10$ zu einem Polynom p mit $\text{Grad}(p) = 2$ gehören, und dass genau ein Messwert y_j falsch ist. Finden Sie den falschen Wert y_j , indem Sie das Schema der dividierten Differenzen hinreichend weit ausführen und korrigieren Sie den Fehler durch rekursive Korrektur der falschen Einträge in der entsprechenden Zeile.

Organisatorisches

- Werfen Sie die schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben in den jeweiligen Briefkasten Ihrer Übungsgruppe ein.
- Anzufertigende Programme senden Sie unter dem Betreff
NumPhyIng Übungsblatt [XX], Aufgabe [YY]
an die E-Mail Adresse Ihres Übungsleiters. Im Programmkopf zählen Sie dabei alle Namen der Teilnehmer derjenigen Kleingruppe auf, die diese Aufgabe bearbeitet hat.
- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
<http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2015/numphy15.html>