

Numerische Mathematik für Physiker und Ingenieure

11. Übungsblatt

Abgabetermin: 02.07.2015, 12:00

Aufgabe 1

- (i) Bestimmen Sie die 4-punktige ($n = 3$) Gauß-Quadraturformel zum Integral

$$I(f) = \int_{-1}^1 f(x) dx.$$

Tipp: Berechnen Sie die Knoten mit Hilfe des Satzes über die Gauß-Formeln (Satz 5.2.2) und lösen Sie anschließend ein passendes lineares Gleichungssystem über die Exaktheitsbedingungen zur Bestimmung der Gewichte.

- (ii) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $g(x) = \sqrt{|x - 0.7|}$ auf $[0, 1]$ und berechnen Sie den exakten Wert des Integrals $\int_0^1 g(x) dx$.
- (iii) Transformieren Sie die 3-punktige Gauß-Quadraturformel ($n = 2$) aus der Vorlesung auf das Intervall $[0, 1]$ und bestimmen Sie $I_2(g; [0, 1])$.
- (iv) Berechnen Sie die Näherungen $I_2(g; [0, 0.7])$ und $I_2(g; [0.7, 1])$. Vergleichen Sie die Summe mit den Ergebnissen aus (ii) und (iii).

Aufgabe 2

Die offene Newton-Cotes-Formel mit 3 Knoten lautet

$$\tilde{I}_2(f) = \frac{b-a}{3} (2f(a+h) - f(a+2h) + 2f(a+3h)), \quad h = \frac{b-a}{4},$$

und erfüllt

$$\int_a^b f(x) dx - \tilde{I}_2(f) = \frac{7(b-a)^5}{23040} f^{(4)}(\xi), \quad \xi \in [a, b].$$

- (i) Gegeben sei die Funktion $f(x) = (1+2x)^{-1}$, $x \in [0, 1]$. Bestimmen Sie die Anzahlen der Teilintervalle $N, \tilde{N} \in \mathbb{N}$ so, dass die Quadraturfehler bei Anwendung der summierten Simpson-Regel bzw. der Regel \tilde{I}_2^Σ kleiner als 10^{-6} werden.
- (ii) Begründen Sie, warum der exakte Wert zwischen I_2^Σ und \tilde{I}_2^Σ liegt.

Organisatorisches

- Werfen Sie die schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben in den jeweiligen Briefkasten Ihrer Übungsgruppe ein.
- Anzufertigende Programme senden Sie unter dem Betreff
NumPhyIng Übungsblatt [XX], Aufgabe [YY]
an die E-Mail Adresse Ihres Übungsleiters. Im Programmkopf zählen Sie dabei alle Namen der Teilnehmer derjenigen Kleingruppe auf, die diese Aufgabe bearbeitet hat.
- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
<http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/new/de/lehrveranstaltungen/sose2015/numphy15.html>