Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Joachim Stöckler

Dortmund, 19.07.2016

Approximationstheorie II

8. Übungsblatt

Besprechung am 19.07.2016, keine Abgabe

Aufgabe 17 (Interpolations-Mengen)
Wir behandeln zwei Methoden für die Wahl von Interpolationsmengen im $\mathbb{R}^2$.

a) Chung-Yao Gitter (1977):

Wir verwenden für Geraden im $\mathbb{R}^2$ die Darstellung

$$\ell_j = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : l_j(x,y) = a_j x + b_j y + c_j = 0\} \quad \text{mit } (a_j, b_j) \neq (0,0)$$

und sagen, dass sich M Geraden $\ell_1, \ldots, \ell_M$ in "allgemeiner Lage" befinden, wenn folgende Bedingungen gelten:

- je zwei Geraden besitzen genau einen gemeinsamen Punkt $\ell_j \cap \ell_k = \{P_{j,k}\}$, $j < k$,
- diese $M(M-1)/2$ Punkte $P_{j,k}$, $1 \leq j < k \leq M$, sind paarweise verschieden.

Zeigen Sie, dass dann die Menge $\{P_{j,k} : 1 \leq j < k \leq M\}$ eine Interpolationsmenge für $\mathcal{P}_{M-2}$ ist.

b) FEM-Dreiecksgitter:

Zeigen Sie, dass die Punkte

$$P_{j,k} = \left(\frac{j}{N}, \frac{k}{N}\right)^T, \qquad 0 \leq j,k \leq N, \quad j+k \leq N,$$

eine Interpolationsmenge für $\mathcal{P}_N$ definieren.

Hinweis: Die Lagrange-Grundpolynome lassen sich jeweils in Produktform angeben.

Aufgabe 18 (verallgemeinerte Fourier-Transformation)

a) Berechnen Sie die verallgemeinerte Fourier-Transformierte von $f(x) = \operatorname{sign}(x)$ in $\mathbb{R}$.

b) Berechnen Sie sodann die verallgemeinerte Fourier-Transformierte von $f(x) = |x|^{2k+1}$ in $\mathbb{R}$ mit $k \in \mathbb{N}$.