Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko

Dortmund, den 13.04.2010

Orthogonale Polynome

1. Übung

Aufgabe 1
Berechnen Sie mit dem Verfahren von Gram-Schmidt eine Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^3$ ausgehend von

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Aufgabe 2
Es sei $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right\}$ eine Basis des $\mathbb{R}^2$. Der Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ sei normiert, d.h. $a^2+b^2=1$.
Jeder Vektor $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ auf dem Einheitskreis $(u^2+v^2=1)$ kann als Linearkombination

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

dargestellt werden.
Welche Aussage kann man über die Beträge der Koeffizienten λ und μ treffen, für den Fall

(i) $a = 0$?

(ii) $a = \frac{1}{2}$?

(iii) $a = \frac{3}{4}$?

Aufgabe 3

Berechnen Sie eine Basis des Orthogonalraums von $U = span \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^3$.

Abgabe: Montag, 19.04.2010 bis 12 Uhr.