Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko

Dortmund, den 18.06.2010

Orthogonale Polynome

11.Übung

Aufgabe 31

Sei $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2x > 0, x + y \geq 0\}$. $\mathbb{R}^2$ sei mit dem üblichen inneren Produkt versehen $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle := x_1 x_2 + y_1 y_2$.

(i) Berechnen Sie den polaren Kegel K°.

(ii) Berechnen Sie den dualen Kegel K^*.

(iii) Geben Sie $K^{\circ\circ}$ und K^{**} an.

6 Punkte

Aufgabe 32

(i) Beweisen Sie, dass die einzige integrierbare Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit

$$\int_0^1 x^n f(x) dx = 0 \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0$$

die Nullfunktion ist.

(ii) Seien $w_1, w_2 \in C[0, 1]$ Gewichtsfunktionen.
Zeigen Sie, dass die Folgen $\{\mu_k^{(1)}\}_{k=0}^\infty, \{\mu_k^{(2)}\}_{k=0}^\infty$ mit

$$\mu_k^{(i)} := \int_0^1 x^k w_i(x) dx \qquad \text{mit } k \in \mathbb{N}_0,\ i \in \{1, 2\}$$

verschieden sind, wenn $w_1 \neq w_2$.

4 Punkte

Aufgabe 33

Für welche Folgen $\{\mu_n\}_{n=0}^\infty$ mit

(i) $\mu_n := n$,

(ii) $\mu_n := 2^n + 2^{-n}$,

(iii) $\mu_n := \frac{1}{(n+1)(n+2)}$,

gibt es eine Verteilungsfunktion ψ mit

$$\mu_n = \int_a^b x^n d\psi(x) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0?$$

Können Sie ψ angeben?

5 Punkte

Abgabe: Montag, 28.6.2010 bis 12 Uhr.