Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl. Wirt.-Math. T. Springer

SoSe 2011
Abgabe: bis Fr, 3.6.11, 12 Uhr
in die Briefkästen im Foyer

Lineare Algebra II

Übungsblatt 9

Aufgabe 32 (Pflichtabgabe)
Es sei $A \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n)$ mit $A^2 = -E_n$.

a) Zeigen Sie: n ist gerade.

b) Sei $n = 2k$. Zeigen Sie, dass A ähnlich ist zu $\begin{pmatrix} 0 & -E_k \\ E_k & 0 \end{pmatrix}$.

c) Bestimmen Sie das char. Polynom $P_A(t)$.

d) Bestimmen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 5 & -2 \\ 6 & -8 & -11 & 4 \\ 11 & -13 & -19 & 7 \end{pmatrix}$$

eine Transformationsmatrix S, die A in die Gestalt aus b) bringt.

Aufgabe 33 (Pflichtabgabe)
Sei $A \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n)$ fest und $T : \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n) \to \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n)$ definiert durch $T(B) := AB$.
Zeigen Sie: $m_T = m_A$.

Aufgabe 34
Es seien $v \in \mathrm{Hau}(F,\lambda)$, $v \neq 0$, und $P(t) \in \mathbb{K}[t]$.
Zeigen Sie: Ist $P(F)(v) = 0$, so ist auch $P(\lambda) = 0$.

Aufgabe 35
Es sei $A \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n)$ symm. und pos. def. Zeigen Sie:

a) Alle Eigenwerte von A sind positiv.

b) Es gibt genau eine symm., pos. def. Matrix $S \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n)$ mit $S^2 = A$.

Sei nun $B \in \mathrm{GL}(n,\mathbb{R})$. Zeigen Sie:

c) Es gibt eindeutig bestimmte Matrizen $U, V \in \mathrm{O}(n)$ und symm., pos. def. Matrizen $R, S \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n,n)$ mit

$$B = UR = SV.$$

Außerdem gilt: $U = V$, $R^2 = B^T B$ und $S^2 = BB^T$.