Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
PD Dr. Maria Charina
Dipl.-Math. K. Siemko

Dortmund, 24.06.2011

Mathematik II für Informatiker
13. Übung

Abgabe: Bis zum 04.07.2011, 12 Uhr, in den Briefkästen vor der Pförtnerloge im Mathetower. Nur die Aufgaben 46 und 47 sind abgabepflichtig und werden bewertet.

Aufgabe 46 (10 Punkte)

(i) Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Substitutionsregel:

$$\text{(a)} \int_3^5 \frac{\ln(3x)}{x} dx, \quad \text{(b)} \int_0^1 x \cdot \sqrt{1-x^2}\, dx$$

(ii) Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe partieller Integration:

$$\text{(a)} \int_{-\pi}^{\pi} x \cdot \sin(x) dx, \quad \text{(b)} \int_0^{\pi} e^{-2x} \sin(x) dx$$

(iii) Berechnen Sie die folgenden Integrale, falls sie existieren:

$$\text{(a)} \int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx, \quad \text{(b)} \int_0^2 \frac{1}{x} dx$$

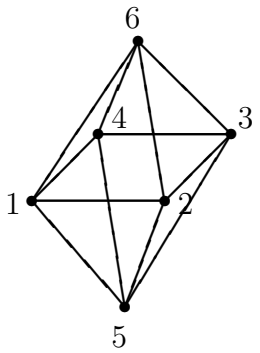
Aufgabe 47 (10 Punkte)

(i) Sei V die Potenzmenge der Menge $M := \{a, b, c\}$. Die Kantenmenge E ist definiert durch

$$\{v_1, v_2\} \in E :\Longleftrightarrow |v_1 \cup v_2| = |v_1 \cap v_2| + 1.$$

Zeichnen Sie den Graphen $G = (V, E)$.

(ii) Vorgelegt sei der nachfolgend dargestellte Graph G.



Geben Sie einen Teilgraphen, einen Eulergraphen, eine Kantenfolge, zwei verschiedene Wege und zwei verschiedene Kreise in G an.

Aufgabe 48 Seien $V = \mathbb{Z}$ und die Kantenmenge E ist definiert durch

$$\{v_1, v_2\} \in E :\Longleftrightarrow v_1 = v_2 \bmod 3.$$

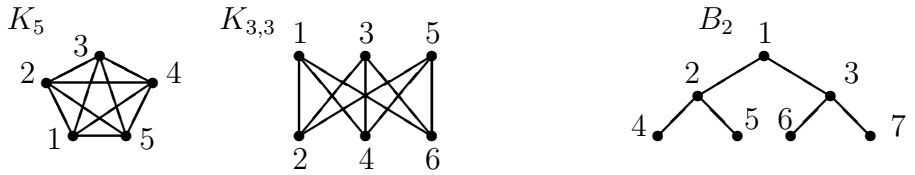
(i) Wie viele Zusammenhangskomponenten hat der Graph $G = (V, E)$?

(ii) Beschreiben Sie diese Komponenten.

Aufgabe 49 Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit Knoten $v_1, \ldots, v_n$. Zu G gehört die $n \times n$-Matrix $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ mit $a_{ij} = 1$, falls $\{v_i, v_j\} \in E$ und $a_{ij} = 0$ sonst. Sie wird *Adjazenzmatrix* genannt. Durch die Angabe von A ist der Graph eindeutig bestimmt.

(i) Wie viele Speicherplätze braucht man, um die Adjazenzmatrix zu speichern?

(ii) Wie viele Vergleichsoperationen braucht man, um den Grad von $v \in V$ mittels der Adjazenzmatrix zu bestimmen?

(iii) Wie viele Operationen braucht man, um mit Hilfe von A festzustellen, ob ein $\{v_i, v_j\}$ in E liegt?

(iv) Bestimmen Sie die Adjazenzmatrizen zum vollständigen Graphen K_5, zum bipartiten Graphen $K_{3,3}$ und zum binären Raum B_2.