Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko
Dipl.-Wirt.-Math. Tobias Springer

Dortmund, 04.06.2012

Lineare Algebra II für Lehramt Gymnasium

10. Übung

Aufgabe 37 (5 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Biorthogonalsystems das Polynom vom Grad ≤ 3, das durch die folgenden Punkte $(x_i, y_i),\ i = 1, \ldots, 4$ verläuft:

i	1	2	3	4
x_i	0	1	-1	2
y_i	-1	1	-5	13

Skizzieren Sie das berechnete Polynom.

Aufgabe 38 (5 Punkte) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sqrt{1+x^2}$. Bestimmen Sie mit Hilfe eines Biorthogonalsystems das Polynom p zweiten Grades mit den Eigenschaften

$$p(0) = f(0),\ p'(0) = f'(0),\ p''(0) = f''(0).$$

Skizzieren Sie dieses Polynom.

Aufgabe 39 Gegeben sei die Abbildung $\phi : V_3 \to V_2$ mit $\phi(p) = p'$.

(i) Zeigen Sie, dass ϕ eine lineare Abbildung ist.

(ii) Bestimmen Sie die zu ϕ duale Abbildung ϕ^*.

Aufgabe 40 (5 Punkte) Es sei $V \subseteq Abb(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ und $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ein inneres Produkt auf V. $p_1^*, \ldots, p_n^*$ sei eine Orthonormalbasis von V bzgl. $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Für $x, y \in \mathbb{R}$ sei

$$K(x, y) = \sum_{i=1}^{n} p_i^*(x) \cdot p_i^*(y).$$

(i) Prüfen Sie, ob $K : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine bilineare Abbildung ist.

(ii) Für $y_0 \in \mathbb{R}$ sei $K_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto K(x, y_0)$. Prüfen Sie, ob $K_0 \in V$ ist.

(iii) Prüfen Sie: Für alle $p \in V$ ist $\langle K_0, p \rangle = p(y_0)$.

Abgabe: Montag, 11.06.2012 bis 16 Uhr.