Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko
Dipl.-Wirt.-Math. Tobias Springer

Dortmund, 11.06.2012

Lineare Algebra II für Lehramt Gymnasium

11. Übung

Aufgabe 41 (2 Punkte) Es seien $v_1 = (1,2,2,1)^T$ und $v_2 = (1,1,1,1)^T$ und $U = Lin\{v_1, v_2\} \subset \mathbb{R}^4$. Berechnen Sie den Orthogonalraum und den Annullator von U.

Aufgabe 42 Es sei $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ein Untervektorraum. Zeigen Sie, dass $(U^0)^0 = U$ ist.

Aufgabe 43 (5 Punkte)

(i) Dualisieren Sie die folgenden Aussagen im Raum $\mathbb{R}^3$:

  (a) Zwei Geraden durch den Koordinatenursprung schneiden sich in einem Punkt oder sind identisch.

  (b) Drei Geraden durch den Koordinatenursprung erzeugen in der Regel den Raum $\mathbb{R}^3$.

(ii) Formulieren Sie für den Fall, dass drei Geraden durch den Koordinatenursprung nicht den Raum $\mathbb{R}^3$ erzeugen eine Aussage und dualisieren Sie diese.

Aufgabe 44 (8 Punkte) Eine Matrix $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ heißt *normal*, wenn gilt $AA^H = A^H A$. Es seien $B, C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $A = B + iC$, sowie

$$R = \begin{pmatrix} B & -C \\ C & B \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie:

(i) A ist genau dann normal, wenn die Matrix R normal ist.

(ii) A ist genau dann hermitesch, wenn R symmetrisch ist.

(iii) A ist genau dann positiv definit, wenn R positiv definit ist.

(iv) A ist genau dann unitär, wenn R orthogonal ist.

Abgabe: Montag, 18.06.2012 bis 16 Uhr.