Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko
Dipl.-Wirt.-Math. Tobias Springer

Dortmund, 25.06.2012

Lineare Algebra II für Lehramt Gymnasium
13. Übung

Aufgabe 49 (6 Punkte) Beweisen Sie die Aussage (A5) der Euklidischen Axiome für den Raum $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

Aufgabe 50 (5 Punkte) Es sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie für die affine Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ mit $\varphi(x) = Ax + b$:

(i) Ist g eine Gerade in $\mathbb{R}^n$, so ist $\varphi(g)$ auch eine Gerade in $\mathbb{R}^n$.

(ii) Ist A eine orthogonale Matrix, so gilt für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$, dass $\|\varphi(x) - \varphi(y)\| = \|x - y\|$ ist.

Aufgabe 51 (6 Punkte)

(i) Gegeben sei die Gerade $g_1 := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \middle| \lambda \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$. Berechnen Sie die zu g_1 parallele Gerade g_2, die durch den Punkt $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ verläuft.

(ii) Es sei $h := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \middle| \lambda \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass für je drei Punkte $a, b, c \in \mathbb{R}^2$, die auf derselben Seite der Geraden liegen und den Abstand 1 zur Gerade besitzen, eine Gerade existiert, die durch a, b und c verläuft.

Aufgabe 52 (3 Punkte) Bestimmen Sie zeichnerisch alle Lösungen $z = x + iy \in \mathbb{C}$, für die gilt

(i) $2x + y = 1$ und $x - 2y = 1$,

(ii) $2y - x = 5$ und $4y - 2x = 10$,

(iii) $x - 2y = 4$ und $6y - 3x = 8$.

Abgabe: Montag, 02.07.2012 bis 16 Uhr.