

Prof. Dr. J. Stöckler

Lehrstuhl VIII
TU Dortmund

**2. Übungsblatt zur Datenverarbeitung
WS 2010/11 (Charina-Kehrein)**

Abgabetermin für die Hausaufgaben ist Dienstag, 01.11.10, 12:15.

Internetseite:

<http://www.mathematik.tu-dortmund.de/1sviii/new/de/lehrveranstaltungen/wise1011/geomdv.html>

Aufgabe 1 Sei X ein stationäres stochastisches 2×1 Feld mit dem Erwartungswert $E(X) = 0$ und

$$\text{Cov}(X) = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}, \quad 0 < \rho < 1.$$

Weiterhin, seien

$$A_\theta := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad A_\theta^T \cdot A_\theta = A_\theta \cdot A_\theta^T = E, \quad \theta \in \mathbb{R},$$

und $Y := A_\theta \cdot X$. Bestimmen Sie $\theta \in \mathbb{R}$, sodass

- a) $\text{Var}(Y[0])$ maximal wird;
- b) $Y[0]$ und $Y[1]$ unkorreliert sind.

Aufgabe 2 Sei X ein stationäres stochastisches 4×1 Feld mit dem Erwartungswert $E(X) = 0$ und

$$\text{Cov}(X) = \left(0.95^{|m-n|} \right)_{0 \leq n, m \leq 3}.$$

- a) Bestimmen Sie die Karhunen–Loeve–Transformation von X .
- b) Vergleichen Sie die Basisvektoren der Karhunen–Loeve–Transformation in a) mit den Zeilen der 4×4 DCT, DFT und der diskreten Haar–Transformation

$$H := \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

- c) Sei $Y := B \cdot X$. Bestimmen Sie $\text{Var}(Y[j])$, $j = 0, 1, 3$, für jede der oben genannten Transformationen B .