

Lineare Algebra I

Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Im Parlament kam es letztens zum Eklat, als sich die Politiker gegenseitig vorwarfen:

Oppositionsführer: „Der Minister lügt.“

Minister: „Der Ministerpräsident lügt.“

Ministerpräsident: „Der Oppositionsführer und der Minister lügen.“.

Welchem Politiker kann man denn noch glauben?

Aufgabe 2

Es sei Ω eine Menge und $A, B, C \subseteq \Omega$. Dann ist die symmetrische Differenz von $A \triangle B$ definiert durch

$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

Zeigen Sie:

- $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$,
- $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$ (Assoziativität),
- Für $A \subseteq B$ gilt: $A \triangle B = B \setminus A$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie die folgenden Behauptungen mit vollständiger Induktion:

- Für $n \geq 1$ gilt: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$.
- Für die durch $f_1 = 1$, $f_2 = 1$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ definierten Fibonacci-Zahlen gilt: f_n ist genau dann durch drei teilbar, wenn n durch vier teilbar ist.

Die Aufgaben auf diesem Blatt werden in der ersten Übung am 15.10. besprochen. Eine Abgabe erfolgt nicht. Als Vorbereitung auf die Übung sollte sich jedoch jeder an den Aufgaben probieren.