

Lineare Algebra I

Präsenzübung Blatt 12

Aufgabe 15

Seien V ein \mathbb{R} -Vektorraum mit Basis $\mathcal{A} = (v_1, \dots, v_4)$ und W ein \mathbb{R} -Vektorraum mit Basis $\mathcal{B} = (w_1, \dots, w_5)$. Sei weiter $F : V \rightarrow W$ die lineare Abbildung mit der Darstellungsmatrix

$$M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(F) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 7 & -3 \\ 4 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 12 & 4 \\ 0 & 4 & -17 & 5 \end{pmatrix}.$$

Außerdem seien $\mathcal{A}' = (v'_1, \dots, v'_4)$ mit $v'_1 := v_1 + v_2$, $v'_2 := v_2 + v_3$, $v'_3 := v_3 + v_4$ und $v'_4 := v_4$, sowie $\mathcal{B}' = (w'_1, \dots, w'_5)$ mit $w'_1 := w_1$, $w'_2 := w_1 + w_2$, $w'_3 := -w_1 + w_3$, $w'_4 := w_1 + w_4$ und $w'_5 := w_1 + w_5$.

- Zeigen Sie: \mathcal{A}' und \mathcal{B}' sind Basen.
- Bestimmen Sie $F(v_1 - v_4)$.
- Berechnen Sie $M_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{A}'}$, $M_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{A}}$ und $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}'}$.

Vortrag für die nächste Woche:

Determinanten: Definition, Interpretation im \mathbb{R}^2 .