Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl. Wirt.-Math. T. Springer

WiSe 2010/11
10.11.10

Lineare Algebra I

Präsenzübung Blatt 4

Aufgabe 5

Sei $M \neq \emptyset$ eine Menge und $\mathcal{P}(M)$ die Potenzmenge von M. Zeigen Sie, dass $\mathcal{P}(M)$ mit der symmetrischen Differenz $\triangle$ als Verknüpfung eine Gruppe bildet.

Aufgabe 6

Seien M, $\mathcal{P}(M)$ und $\triangle$ wie in Aufgabe 5. Zeigen Sie, dass die folgenden drei Abbildungen Homomorphismen sind:

a) $\varphi : \begin{cases} (\mathcal{P}(M), \triangle) & \to & (\mathbb{Z}_2, +), \\ A & \mapsto & |A| \mod 2. \end{cases}$

D.h $\varphi(A) = 0$, wenn A eine gerade Anzahl Elemente enthält. Andernfalls ist $\varphi(A) = 1$. 0 ist eine gerade Anzahl (denn 2 teilt 0).

b) Sei N eine weitere Menge mit $M \subseteq N$.

$\psi : \begin{cases} (\mathcal{P}(M), \triangle_M) & \to & (\mathcal{P}(N), \triangle_N), \\ A & \mapsto & A. \end{cases}$

Dabei seien $\triangle_M$ die symmetrische Differenz auf M und $\triangle_N$ die symmetrische Differenz auf N.

c) Sei N nun eine weitere Menge mit $N \subseteq M$.

$\psi : \begin{cases} (\mathcal{P}(M), \triangle_M) & \to & (\mathcal{P}(N), \triangle_N), \\ A & \mapsto & A \cap N. \end{cases}$

Vortrag für die nächste Woche:

Äquivalenzrelationen: Definition; jede Äquivalenzrelation liefert Partition und umgekehrt; Bsp.: Eine Abb. $f : M \to N$ induziert eine Äquiv.–Relation auf M durch $a \sim b \Leftrightarrow f(a) = f(b)$.