Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko
Dipl.-Wirt.-Math. Tobias Springer

Dortmund, 19.10.2011

Lineare Algebra für Lehramt Gymnasium

2. Übung

Aufgabe 5 (3 Punkte) Weisen Sie die Gleichung

$$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$$

mit Hilfe von Mengendiagrammen (Venn-Diagrammen) nach.

Aufgabe 6 (4 Punkte) Zeigen Sie, dass die folgenden zwei Aussagen äquivalent sind:

(i) Für je drei Mengen L, M und N gilt

$$L \setminus (M \cap N) = (L \setminus M) \cup (L \setminus N).$$

(ii) Für je zwei Mengen M und N gilt

$$\complement(M \cap N) = \complement M \cup \complement N.$$

Aufgabe 7 (8 Punkte) Es seien L, M, N Mengen und $f : L \to M$ sowie $g : M \to N$ Abbildungen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen (Zum Widerlegen: Finden Sie ein Beispiel, für das die Aussage nicht gilt.)

(i) Sind f und g injektiv, so ist $g \circ f$ injektiv.

(ii) Sind f und g surjektiv, so ist $g \circ f$ surjektiv.

(iii) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.

(iv) Ist $g \circ f$ surjektiv, so sind f und g surjektiv.

Aufgabe 8 Es seien M, N Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung.

(i) Sei $L \subseteq N$ eine Teilmenge. Gilt stets $f(f^{-1}(L)) \subseteq L$? Unter welcher Bedingung gilt Gleichheit?

(ii) Gilt $f^{-1}(\{f(a)\}) = \{a\}$ für alle $a \in M$? Wenn nicht, wann gilt es?

Abgabe: Mittwoch, 26.10.2011 bis 10 Uhr.