Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller
Dipl.-Math. Katrin Siemko
Dipl.-Wirt.-Math. Tobias Springer

Dortmund, 26.10.2011

Lineare Algebra für Lehramt Gymnasium
3. Übung

Aufgabe 9 (5 Punkte) Es sei M eine Menge und $X, Y \in \mathfrak{P}(M)$. Zeigen Sie, dass die Relation

$$X \sim Y :\Leftrightarrow \exists f : X \to Y \text{ bijektiv}$$

eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 10 (4 Punkte) Es sei M eine Menge und $A_1, \ldots, A_n$ Teilmengen von M, so dass

$$A_i \cap A_j = \varnothing,\ i \neq j,\ \text{ und } M = A_1 \cup \ldots \cup A_n.$$

Überprüfen Sie, ob die Relation

$$x \sim y :\Leftrightarrow \exists A_i : x \in A_i \wedge y \in A_i$$

eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 11 Es sei M eine Menge und $\mathfrak{P}(M)$ ihre Potenzmenge. Zeigen Sie, dass es keine bijektive Abbildung $f : M \to \mathfrak{P}(M)$ gibt. Mit anderen Worten: Zeigen Sie, dass M und $\mathfrak{P}(M)$ nicht gleichmächtig sind.
Tipp: Betrachten Sie die Menge $L := \{x \in M \mid x \notin f(x)\}$.

Aufgabe 12 (6 Punkte)

(i) Es sei R_k^n die Restklasse mit Rest k bei Division durch n. Überprüfen Sie, ob die Zahl 111 in den Restklassen $R_1^{11}, R_0^{11}, R_3^9, R_1^{55}$ bzw. R_0^{110} liegt.

(ii) Überprüfen Sie, ob die folgenden Gleichungen richtig sind:

(a) $15 \equiv 813$ (mod 23),

(b) $5 \equiv 246$ (mod 17),

(c) $108 \equiv 414$ (mod 18).

Abgabe: Mittwoch, 02.11.2011 bis 10 Uhr.