technische universität dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. H. M. Möller

Dortmund, im Januar 2012

Übersicht zu Matrizen und linearen Abbildungen

Im folgenden ist Φ_A immer eine lineare Abbildung, $\Phi_A : K^n \to K^m$, $x \mapsto Ax$, und $A \in K^{m \times n}$. Mit $a_1, \ldots, a_n$ sind die Spalten von A gemeint.

lineare Abbildung	Matrix	Lin. Gleichungssystem
Φ_A injektiv $Kern(\Phi_A) = \{0\}$	$rang(A) = n$ $a_1, \ldots, a_n$ lin.unabh. $\exists L \in K^{n \times m} : LA = E_n$	$\mathbb{L}(A, 0) = \{0\}$
Φ_A surjektiv $Bild(\Phi_A) = K^m$	$rang(A) = m$ $a_1, \ldots, a_n$ erzeugen K^m $\exists R \in K^{n \times m} : AR = E_m$	$\forall b \in K^m : \mathbb{L}(A, b) \neq \{0\}$
$b \in Bild(\Phi_A)$	$b \in Lin\{a_1, \ldots, a_n\}$	$Ax = b$ lösbar
$0 \neq x \in Kern(\Phi_A)$	$a_1, \ldots, a_n$ lin. abh.	$x \in \mathbb{L}(A, 0)$
$\Phi_A + \Phi_B = \Phi_C$	$A + B = C$	
$\alpha\Phi_A = \Phi_D$	$\alpha A = D$	
$\{\Phi : K^n \to K^m \mid \Phi \text{ linear }\}$ ist ein K-Vektorraum	$K^{m \times n}$ ist ein K-Vektorraum	
$\Phi_A \circ \Phi_B = \Phi_C$	$A \cdot B = C$	
Φ_A bijektiv	A regulär	
$\Phi_B = (\Phi_A)^{-1}$	$B = A^{-1}$	
Φ_A Identität	$A = E_n$ (Einheitsmatrix)	
Φ_A Nullabbildung	$A = 0$ (Nullmatrix)	

Die Tabelle ist so zu verstehen: Wenn in einem Kästchen mehrere Aussagen stehen, dann sind sie untereinander äquivalent. Ansonsten sind Aussagen, die in verschiedenen Kästchen der gleichen Zeile stehen, auch untereinander äquivalent.