Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 22.10.2013

Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

2. Übungsblatt

Abgabetermin: 31.10.2013, 12:00

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Ungleichungen:

(i) $x^2 - 7x + 12 > 0$,

(ii) $-3x^2 + 12 \leq 0$,

(iii) $x + \dfrac{2}{x} \leq 1$,

b) Zeigen Sie: Für t, x, y, z aus $\mathbb{R}$ mit $t, x, y, z > 0$ und $\frac{t}{x} < \frac{y}{z}$ gilt

$$\frac{t}{x} < \frac{t+y}{x+z} < \frac{y}{z}.$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$, sodass gilt:

a) $|x^2 - 4x + 3| < |x - 3|$,

b) $\dfrac{x^2 + 3x + 2}{|x^2 + 3x + 2|} = -1$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie für alle $n \geq n_0$, n_0 geeignet, die Ungleichungen

a) $2^n < n!$

b) $n! \leq \left(\dfrac{n}{2}\right)^n$

und finden Sie jeweils das Minimale n_0.

Hinweis zu b): Zeigen Sie zuerst, daß $\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n \geq 2$ für alle $n \in \mathbb{N}$!

Aufgabe 4

Sind a und b positive reelle Zahlen, so definiert man

- das arithmetische Mittel $A(a,b) := \dfrac{a+b}{2}$,
- das geometrische Mittel $G(a,b) := \sqrt{ab}$,
- das harmonische Mittel $H(a,b) := \dfrac{2ab}{a+b}$.

Zeigen Sie $H(a,b) \leq G(a,b) \leq A(a,b)$, und der Fall "=" tritt nur für $a = b$ ein.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
  `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`