Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 05.11.2013

Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

4. Übungsblatt

Abgabetermin: 14.11.2013, 12:00

Aufgabe 1
Für $a \in \mathbb{R}$ sei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{2x} & \text{für } \ 0 < x < 1 \\ x^2 + a & \text{für } x \geq 1. \end{cases}$$

(a) Skizzieren Sie den Graphen von f für einige Werte von a.

(b) Für welche Werte von a ist f injektiv bzw. surjektiv?

Aufgabe 2

a) Betrachten Sie die Abbildungsvorschrift $f : x \mapsto \dfrac{2x+5}{x-3}$.

(i) Bestimmen Sie zu dieser Vorschrift den maximalen Definitionsbereich aus $\mathbb{R}$ und schränken Sie den Wertebereich so ein, dass die resultierende Funktion surjektiv ist.

(ii) Weisen Sie nach, dass die erhaltene Funktion injektiv und somit bijektiv ist.

(iii) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion der erhaltenen Funktion.

b) Bestimmen Sie zu den beiden Funktionsvorschriften

$$f : x \mapsto \ln(x + \sqrt{x^2+1}), \quad g : x \mapsto \ln(x + \sqrt{x^2-1})$$

die maximalen Definitionsbereiche.

Hinweis: $\ln : (0, \infty) \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 3
Gegeben seien die beiden Funktionen $f, g : [0, 5] \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3, \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x.$$

Bestimmen Sie alle Teilintervalle von $[0, 5]$, in denen $f > g$, bzw. $f < g$ gilt. Errechnen Sie hierzu zunächst die Schnittpunkte der Graphen.

Aufgabe 4
Betrachten Sie das komplexe Polynom p mit $p(z) = z^4 + z^3 - (9-4i)z^2 - (3-4i)z + 18 - 24i$.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Horner-Schemas die Funktionswerte $p(2+i)$, $p(2-i)$ und $p(-2+i)$.

b) Zerlegen Sie das Polynom in Linearfaktoren.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`