

Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

5. Übungsblatt

Abgabetermin: 21.11.2013, 12:00

Aufgabe 1

Gegeben sind die folgenden Punkte des \mathbb{R}^3 :

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie

- eine Parameterdarstellung der Verbindungsgeraden G von P, Q
- eine Parameterdarstellung und die Hessesche Normalform der Verbindungsebene E von R, S, T
- den Schnittpunkt von G und E

an.

Aufgabe 2

Im \mathbb{R}^3 sind die Gerade $G = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$,

die Punkte $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $P_3 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -5/4 \\ 0 \end{pmatrix}$ gegeben.

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung und die Hesse-Normalform derjenigen Ebene E , die eine zur Geraden G parallele Gerade und die Punkte P_1 und P_2 enthält.
- Welchen Abstand hat der Punkt P_3 zur Ebene E ?
- Welcher Winkel liegt zwischen den Verbindungsvektoren $\overrightarrow{P_1P_2}$ und $\overrightarrow{P_1P_3}$?

Aufgabe 3

Gegeben sei die Menge $M = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$.

Man stelle M in der Form $\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \vec{a} + t\vec{b}, t \in \mathbb{R}\}$ dar.

Aufgabe 4

a) Beweisen Sie die Graßmannsche Identität

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}.$$

b) Beweisen Sie die Gleichung $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>