Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 03.12.2013

Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

8. Übungsblatt

Abgabetermin: 12.12.2013, 12:00

Aufgabe 1

a) Die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

bilden eine Basis des Raumes $\mathbb{R}^3$. Berechnen Sie ausgehend von diesen drei Vektoren eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^3$.

b) Wenden Sie das Verfahren von Gram-Schmidt auf die Vektoren

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

an und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 2

Betrachten Sie den Polynomraum $\mathcal{P}_n[-1,1]$ der reellen Polynome vom Maximalgrad n auf dem Intervall $[-1,1]$. Auf diesem Vektorraum ist ein Skalarprodukt definiert durch

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx.$$

Eine Basis des Raumes $\mathcal{P}_3[-1,1]$ ist gegeben durch $B = \{1, x, x^2, x^3\}$. Berechnen Sie ausgehend von dieser Basis bezüglich des angegebenen Skalarproduktes eine Orthonormalbasis.

Aufgabe 3

Berechnen Sie für untenstehende reelle Matrizen die folgenden Ausdrücke, falls dies möglich ist: $A+B$, $B+C$, A^2, B^2, AB, BA, AC, $D+C$, CD, DC, BAC, ABD.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \; D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4
Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Gelten die binomischen Formeln $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ und $(A+B)\cdot(A-B) = A^2 - B^2$?

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`