Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 08.10.2013

Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

1. Übungsblatt

Abgabetermin: 24.10.2013, 10:00

Aufgabe 1

a) Schreiben Sie $\sum_{k=6}^{10} 5k$ aus und berechnen Sie diese Summe.

b) Schreiben Sie mit Hilfe von Summen- und Produktzeichen:

(i) $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \ldots + 39$

(ii) $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \ldots + 53$

(iii) $2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot \ldots \cdot 32 \cdot 35$

c) Schreiben Sie $\sum_{k=8}^{12} x^{-14+2k}$ in der Form $\sum_{k=1}^{5} a_k$ mit geeigneten a_k.

d) Vereinfachen Sie $\sum_{k=-3}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}$ und berechnen Sie den Wert der Summe mit Hilfe der Formel für die geometrische Summe.

Aufgabe 2

Es seien $n, k \in \mathbb{N}$, $n \geq k$. Beweisen Sie die folgenden Rechenregeln zu Binomialkoeffizienten.

a)

$$k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

b)

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Aufgabe 3

a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2.$$

b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \; = \; \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}.$$

Aufgabe 4

a) Sei $a \in \mathbb{R}, a \neq 1$. Zeigen Sie für $n \geq 0$:

$$\prod_{k=0}^{n} \left(1 + a^{2^k}\right) = \frac{1 - a^{2^{n+1}}}{1-a} \; .$$

b) Beweisen Sie für $n \in \mathbb{N}$:

$$\prod_{k=1}^{n} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{n+1} \; .$$

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`