

## Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

### 11. Übungsblatt

Abgabetermin: 16.01.2014, 12:00

#### Aufgabe 1

- a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenräume der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

und bestimmen Sie eine orthogonale Matrix  $S$ , sodass  $S^T A S$  eine Diagonalmatrix ist.

- b) Zeigen Sie, dass Produkte von orthogonalen Matrizen wieder orthogonal sind.

#### Aufgabe 2

Betrachten Sie die Ebene  $E = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, s, t \in \mathbb{R}\}$ .

- a) Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix (bzgl. der kanonischen Basis) derjenigen Abbildung  $F$ , welche die Spiegelung an  $E$  realisiert.
- b) Geben Sie den Eigenraum  $V_1$  der Abbildung  $F$  an.

#### Aufgabe 3

Untersuchen Sie folgende Folgen auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls die Grenzwerte an.

a)  $\left( \frac{24n^3 + \cos(n^2)}{2n^4 + 4n^2} \right)_{n \in \mathbb{N}}$

b)  $\left( \frac{4n + 2}{4n - 2} \right)_{n \in \mathbb{N}}$

c)  $\left( \frac{n^n}{n!} \right)_{n \in \mathbb{N}}$

d)  $\left(\sqrt[n]{n^2 + 2n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$

e)  $\left((1 + i)^{-n} - \frac{2i}{n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$

f)  $\left(\frac{1}{n} + in\right)_{n \in \mathbb{N}}$

**Aufgabe 4** Untersuchen Sie für festes  $k \in \mathbb{N}$  die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit

$$a_n = 2^{-n} \binom{n}{k}$$

auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

## Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>