Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 15.01.2014

Höhere Mathematik I (P/MP/ET/IT/I-I)

12. Übungsblatt

Abgabetermin: 23.01.2014, 12:00

Aufgabe 1

Es sei $0 < a < 1$ und $a_1 := 1, \quad a_{n+1} \ := \ \dfrac{a + a_n}{1 + a_n}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Untersuchen Sie die rekursiv definierte Folge (a_n) auf Konvergenz oder Divergenz und bestimmen Sie ggf. ihren Grenzwert.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Zahlenfolge (a_n) mit $a_n = \dfrac{3n + \sqrt{n}}{3n - \sqrt{n}}, \ n = 1, 2, \cdots$

a) Zeigen Sie, dass die Folge monoton fallend ist.

b) Bestimmen Sie - sofern vorhanden - eine obere und eine untere Schranke der Folge.

c) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge.

Aufgabe 3

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{3n+1}{4n^2+1}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{3n+5}{4n+2}\right)^{2n}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(2n)^n}{(2n)!}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{n!}{n^n}$

e) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos(\pi n)}{\sqrt[n]{n^4}}$

f) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2+4n}}$

Aufgabe 4

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^n}{(1-x)^n}$? Berechnen Sie, abhängig von x, den Reihenwert.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
  `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`