Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 06.01.2015

**Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)**

12. Übungsblatt

Abgabetermin: 15.01.2015, 12:00

**Aufgabe 1**

Bestimmen Sie die Fourier-Transformierten von $f, g$ mit

(i) $f(t) = \dfrac{1}{(t^2+1)^5}$,

(ii) $g(t) = e^{-a(t-b)^2}, \quad a, b > 0.$

**Aufgabe 2**

Für $\lambda \in \mathbb{R}$ sei $f_\lambda : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f_\lambda(t) = e^{\lambda t}\chi_{[0,1]}(t).$$

(i) Bestimmen Sie für $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ die Faltung $f_\lambda * f_\mu$.

(ii) Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte von $f_\lambda * f_\mu$ mit Hilfe des Faltungssatzes.

**Aufgabe 3**

Es seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine zweimal differenzierbare Funktion, $f, f', f''$ absolut-integrierbar und $k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Faltungskern mit $k(t) = e^{-|t|}$. Bestimmen Sie die durch $y * k = f$ gegebene Funktion $y$.

**Aufgabe 4**

Eine unendlich lange Schiene ist im Schotterbett elastisch gelagert und mit der spezifischen Last $v(t)$ belegt. Für die Durchbiegung $u(t)$ gilt

$$u^{(4)} + \alpha^4 u = v, \quad \text{mit } \alpha > 0.$$

Man bestätige mittels Fourier-Transformation die Integraldarstellung

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{v}(\omega)}{\omega^4 + \alpha^4}\, e^{i\omega t}\, d\omega.$$

Bestimmen Sie $u(t)$ für $v(t) = e^{-|t|}$.

# Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
  `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`