Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 15.10.2014

Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/I-I)

2. Übungsblatt

Abgabetermin: 23.10.2014, 12:00

Aufgabe 1

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\vec{Y}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & -11 & 6 \end{pmatrix} \vec{Y}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(t) \end{pmatrix}$$

mit

$$\vec{Y}(0) = 0.$$

Aufgabe 2

Gegeben ist die DGL

$$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = x+1.$$

Zeigen Sie, dass $y_0 = e^x$ die homogene Gleichung löst und ermitteln Sie alle Lösungen der Differentialgleichung.

Aufgabe 3

Für $x > 0$ sei die DGL

$$x^n y^{(n)} + a_{n-1} x^{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_1 x y' + a_0 y = 0$$

gegeben.

i) Zeigen Sie, dass sich diese Gleichung mit

$$x = e^t$$

auf eine DGL mit konstanten Koeffizienten transformieren lässt.

ii) Lösen Sie

a) $x^2 y'' + 3xy' + y = 0$

b) $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 0$

iii) Was ergibt bei ii) der Ansatz $y = x^\alpha$?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$(-x + 1)y'' + xy' - y = 0, \qquad y(0) = 0,\, y'(0) = 1,$$

indem Sie wie folgt vorgehen:

- Machen Sie für y einen <u>Potenzreihenansatz</u> $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.
- Bestimmen Sie die Potenzreihen für xy', y'' und xy''. Fassen Sie die Reihen in der Differentialgleichung zusammen.
- Bestimmen Sie eine Rekursionsformel für die a_n.
- a_0 und a_1 sind durch die Anfangwerte gegeben. Berechnen Sie alle a_n und geben Sie so die Lösung an.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter `http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`