

## Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

### 6. Übungsblatt

Abgabetermin: 20.11.2014, 12:00

#### Aufgabe 1

Betrachten Sie in dieser Aufgabe den Zweig der Wurzelfunktion

$$\sqrt{z} = \sqrt{|z|} e^{i\phi/2}, \quad \text{für } z = |z| e^{i\phi}, \quad -\pi < \phi < \pi,$$

zum Schnitt  $\Gamma_{-\pi}$ .

- (i) Berechnen Sie die Ableitung der analytischen Funktion

$$h : M \rightarrow \mathbb{C}, \quad h(z) = \log(z + \sqrt{z^2 + 1}),$$

wobei  $M = \mathbb{C} \setminus \{iy \mid y \in \mathbb{R}, |y| \geq 1\}$ . (vgl. 5. Übungsblatt)

- (ii) Zeigen Sie die Identität  $\sinh(h(z)) = z$  für alle  $z \in M$ .

#### Aufgabe 2

Verwenden Sie in den folgenden Aufgaben immer den Hauptzweig des komplexen Logarithmus  $\log_0 := \log$ .

- (i) Gilt die Gleichung  $2 \log(1 + i) = \log(1 + i)^2$  ?
- (ii) Bestimmen Sie alle Lösungen  $z \in \mathbb{C}$  der Gleichungen  $i^z = 4$  und  $z^i = 4$ .

#### Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine konforme Abbildung, die

- (i) die Kreisscheibe  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| < 3\}$  auf die Kreisscheibe  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z + i| < \frac{1}{2}\}$  abbildet,
- (ii) die Kreisscheibe  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 7| < 2\}$  auf die Halbebene  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z > 1\}$  abbildet.

#### Aufgabe 4

Berechnen Sie die folgenden komplexen Kurvenintegrale:

$$(i) \int_{|z-1|=1} (z^3 - \bar{z}) dz$$

$$(ii) \int_{C_i} (2z^3 + \cos z) dz, \quad i \in \{1, 2\},$$

wobei  $C_1$  die Verbindungsstrecke von 0 bis 2 ist und  $C_2 : c_2(t) = 1 - e^{-it}, t \in [0, \pi]$ .

#### Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>