

Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

7. Übungsblatt

Abgabetermin: 27.11.2014, 12:00

Aufgabe 1

Berechnen Sie mit Hilfe der Cauchy'schen Integralformeln die Integrale

$$(i) \int_{\partial K_4(0)} \frac{z + 2i}{z^2(z^2 + 4)} dz,$$

$$(ii) \int_{\partial K_2(0)} \frac{e^z}{z(z + 3i)} dz.$$

Aufgabe 2

Gegeben sind die auf der abgeschlossenen Einheitskreisscheibe

$$\overline{K_1(0)} := \{r e^{i\phi} \in \mathbb{C} \mid r \leq 1, \phi \in [0, 2\pi)\}$$

definierten Funktionen $f, g : \overline{K_1(0)} \rightarrow \mathbb{C}$ mit

$$f(z) = \cos(z) \quad , \quad g(z) = 3 - \left|z - \frac{1}{2}\right|^2.$$

Bestimmen Sie das Maximum von $|f|$ und $|g|$.

Aufgabe 3

Es seien die Menge $M = \mathbb{C} \setminus \{-1, 1\}$ und die Kurve

$$C : \vec{c}(t) = \begin{cases} 1 + e^{it}, & -\pi \leq t < \pi, \\ -1 + e^{-i(t-\pi)}, & \pi \leq t \leq 3\pi, \end{cases}$$

gegeben.

(i) Zeichnen Sie die Kurve C , markieren Sie dabei auch den Anfangs- und Endpunkt sowie die Durchlaufrichtung.

(ii) Berechnen Sie das Integral

$$\int_C \frac{1}{z^2 - 1} dz$$

mit Hilfe

- der Definition des komplexen Kurvenintegrals,
- eines geeigneten Integralsatzes.

Aufgabe 4

- (i) $G \subset \mathbb{C}$ sei ein Normalgebiet mit Randkurve Γ , die so durchlaufen wird, dass G links liegt. Zeigen Sie mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes für die Ebene, dass der Flächeninhalt A von G gegeben ist durch

$$2i A = \int_{\Gamma} \bar{z} dz.$$

- (ii) Berechnen Sie den Flächeninhalt der durch die Ellipse

$$E = \{\cos \phi + 3i \sin \phi \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \phi \leq 2\pi\}$$

begrenzten Fläche.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>