Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dr. T. Camps
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 03.12.2014

Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

9. Übungsblatt

Abgabetermin: 11.12.2014, 12:00

Aufgabe 1

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen f, g die Residuen in allen Polstellen.

(i) $f(z) = \dfrac{z^2}{(z-2)(z^2+1)}$,

(ii) $g(z) = \dfrac{ze^z}{(z-3)^3}$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Integrale

(i) $\displaystyle\int_{\partial K_2(0)} \frac{z^2+3z}{(z-1)(z+3)^3}\,dz$,

(ii) $\displaystyle\int_{\partial K_2(0)} \frac{ze^{zt}}{(z-i)^2(z+5+i)^3}\,dz, \quad t \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 3

Wir berechnen die Fourierreihe der Funktion f als

$$f(t) = \frac{1}{2+\cos t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{ikt}$$

mit den Fourierkoeffizienten

$$a_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)e^{-ikt}\,dt.$$

(i) Beweisen Sie, dass $a_{-k} = \overline{a_k}$ ist, für alle $k \in \mathbb{Z}$.

(ii) Zeigen Sie

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{3}}(-2+\sqrt{3})^{|k|}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 4

Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \dfrac{x}{x^4+1}$.

(i) Bestimmen Sie die Singularitäten der Komplexifizierung $\tilde{f} : \mathbb{C} \setminus N \to \mathbb{C}$ von f.

(ii) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^\infty f(x)\, dx$$

mit Hilfe eines Umlaufintegrals über den Viertelkreis des ersten Quadranten der komplexen Ebene mit Radius R und anschließendem Grenzübergang $R \to \infty$.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
`http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/`