

## Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

### 10. Übungsblatt

Abgabetermin: 18.12.2014, 12:00

#### Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten der Funktionen  $f, g, k : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ . Geben Sie auch den Definitionsbereich der Transformierten an.

(i)  $f(t) = \sin(wt) \cdot \cos(wt), \quad w > 0,$

(ii)  $g(t) = t^2 \sin(wt), \quad w > 0,$

(iii)  $k(t) = \begin{cases} 4t, & 0 \leq t < \pi, \\ 4\pi, & t \geq \pi. \end{cases}$

#### Aufgabe 2

(i) Berechnen Sie für  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(t) = \sqrt{t}$  die durch

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

definierte reelle Funktion  $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ .

(ii) Wie lautet die Laplace-Transformierte von  $f$  und wo ist sie definiert?

#### Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + 2y' + y = 3xe^{-x}, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 2,$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation.

#### Aufgabe 4

Es seien  $f, g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = e^{ax}, \quad g(x) = e^{bx}, \quad a, b \in \mathbb{R},$$

gegeben.

(i) Berechnen Sie die Faltung

$$(f * g)(x)$$

der beiden Funktionen. Achten Sie dabei auf die Unterscheidung  $a = b$ ,  $a \neq b$ .

(ii) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte von  $f * g$ .

## Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>