

Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

11. Übungsblatt

Abgabetermin: 08.01.2015, 12:00

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösung von

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \vec{y} + e^{-x} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift von $y : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, indem Sie die Integralgleichung

$$y(x) = \sin x + \int_0^x y(u) e^{x-u} du$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation lösen.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die inverse Laplace-Transformierte der Funktion F mit

$$F(s) = \frac{222}{(s+3)(s^2+4s+40)}, \quad \operatorname{Re} s > -2,$$

durch Berechnung der Residuen.

Aufgabe 4

- (i) Es sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ eine zulässige, p -periodische Funktion, es gelte also $f(t+p) = f(t)$, für ein $p > 0$. Zeigen Sie, dass die Laplace-Transformierte von f die Gestalt

$$(1 - e^{-ps}) \mathcal{L}[f](s) = \mathcal{L}[f \cdot \chi_{[0,p]}](s)$$

hat.

- (ii) Zeigen Sie für $g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(t) = |\sin(t)|$, dass

$$\mathcal{L}[g](s) = \frac{1}{s^2 + 1} \coth\left(\frac{\pi s}{2}\right).$$

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>