

## Höhere Mathematik III (P/MP/ET/IT/IKT/I-I)

### 14. Übungsblatt

Abgabetermin: 29.01.2015, 12:00

#### Aufgabe 1

Es sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die durch  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ , definierte  $2\pi$ -periodische Fortsetzung.

- (i) Bestimmen Sie die zugehörige Fourierreihe von  $f$ .
- (ii) Berechnen Sie mit Hilfe von (i) den Reihenwert

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2}.$$

- (iii) Berechnen Sie mit Hilfe von (i) den Reihenwert

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}.$$

#### Aufgabe 2

Gegeben seien die periodischen Fortsetzungen der Funktionen  $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , wobei

$$f(t) = \frac{1}{2} \left( t - \frac{1}{2} \right)^2, \quad g(t) = t = \frac{1}{2} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k\pi} \sin(2\pi kt), \quad t \in [0, 1].$$

Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten zu  $f$

- (i) direkt,
- (ii) durch Differenzieren und die Darstellung von  $g$ .

#### Aufgabe 3

Setzen Sie die Funktion  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ , mit

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 1], \\ 0, & x \in (1, 2], \end{cases}$$

so zu einer 4-periodischen Funktion fort, dass ihre Fourierreihe

- (i) nur aus Sinusgliedern,
- (ii) nur aus Cosinusgliedern

besteht. Geben Sie die entsprechenden Darstellungen an.

#### Aufgabe 4

Die  $2\pi$ -periodische Funktion  $f$  sei auf  $[-\pi, \pi]$  durch  $f(x) = |x|$  gegeben.

- i) Berechnen Sie  $\|f\|_2$ .
- ii) Geben Sie ein trigonometrisches Polynom  $p$  an mit  $\|f - p\|_2 < \frac{1}{10}$ .

Hinweis: benutzen Sie die Parseval'sche Gleichung und die Entwicklung von  $f$  aus der Vorlesung. Denken Sie viel und rechnen Sie wenig. Ausnahmsweise ist ein Taschenrechner von Vorteil.

#### Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/hm/>