

Wavelet-Analysis

11. Übungsblatt

Abgabetermin: Dienstag, 13.1.2015, 12:00 Uhr
Briefkasten 98

Aufgabe 37

In der Vorlesung wird der Teil (ii) dieser Aufgabe benutzt. Zeigen Sie:

(i) Für $f, g \in L^2(\mathbb{R})$ gilt

$$\int_0^1 |[\hat{f}, \hat{f}](\omega) - [\hat{g}, \hat{g}](\omega)| d\omega \leq \|f - g\|_2 (\|f\|_2 + \|g\|_2).$$

(ii) Aus der starken Konvergenz $f_n \rightarrow f$ in $L^2(\mathbb{R})$ folgt die Konvergenz von $[\hat{f}_n, \hat{f}_n]$ gegen $[\hat{f}, \hat{f}]$ in der Norm von $L^1(0, 1)$.

Aufgabe 38 (Orthogonale Skalierungsfunktionen)

P sei ein trigonometrisches Polynom mit $P(0) = 1$ und

$$|P(\omega)|^2 + |P(\omega + \frac{1}{2})|^2 = 1.$$

Zeigen Sie:

- (i) Der eingeschränkte Transfer-Operator $\tilde{T}_{|P|^2}$ hat den Spektralradius 1, $\lambda = 1$ ist ein Eigenwert und $\hat{h} \equiv 1$ ist eine zugehörige Eigenfunktion.
- (ii) Falls $\tilde{T}_{|P|^2}$ die starke Wurzelbedingung in Satz 5.15(b) erfüllt, so ist die Funktion ϕ Skalierungsfunktion einer MRA mit orthonormalen Shifts $\phi(\cdot - k)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 39 (Konstruktion spezieller Startfunktionen)

Es sei $\omega_0 \in (0, 1)$. Geben Sie eine Funktion $\eta \in \mathcal{M}_0$ an mit $[\hat{\eta}, \hat{\eta}](\omega_0) = 0$.