Technische Universität Dortmund
Lehrstuhl VIII - Approximationstheorie
Prof. Dr. Joachim Stöckler
Dr. Tobias Springer

Wintersemester 2014/15

23.1.2015

Wavelet-Analysis

13. Übungsblatt

Abgabetermin: Mittwoch, 28.1.2015, 10:00 Uhr
in der Übungsstunde

Aufgabe 44
Bestimmen Sie durch spektrale Faktorisierung alle trigonometrischen Polynome P der Form

$$P(\omega) = \frac{1}{2}(p_0 + p_1 e^{-2\pi i\omega} + p_2 e^{-4\pi i\omega} + p_3 e^{-6\pi i\omega})$$

mit reellen Koeffizienten, die

$$|P(\omega)|^2 = \frac{1}{2} + \frac{9}{16}\cos 2\pi\omega - \frac{1}{16}\cos 6\pi\omega$$

erfüllen.
(Beachten Sie: $|P(\omega)|^2$ ist das trigonometrische Polynom aus Hilfssatz 5.28 mit $m = 2$. Ein Polynom P wurde schon in der Vorlesung angegeben.)

Aufgabe 45
Es sei R_m das trigonometrische Polynom aus Hilfssatz 5.28, also

$$R_m(\omega) = \cos^{2m}(\pi\omega) \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1+k}{k} \sin^{2k}(\pi\omega).$$

Zeigen Sie, dass jedes weitere trigonometrische Polynom T mit $T(0) = 1$, $T(\omega)+T(\omega+\frac{1}{2}) = 1$ sowie $2m$-facher Nullstelle bei $\omega = \frac{1}{2}$ die Form

$$T(\omega) = R_m(\omega) + \sin^{2m}(2\pi\omega) \cdot t(\sin^2 \pi\omega)$$

besitzt, wobei t ein (algebraisches) Polynom mit $t(x) + t(1-x) = 0$ ist. (Hieraus folgt dann, dass R_m das eindeutige trigonometrische Polynom vom Grad $2m-1$ mit diesen Eigenschaften ist.)

Aufgabe 46
Verwenden Sie die Wavelet-Transformation (matlab `wavemenu`) zur Rauschunterdrückung ("denoising") beim Beispiel-Signal `noise9` und `noise25`. Verwenden Sie dazu unterschiedliche Wavelets mit mindestens 4 verschwindenden Momenten (`dbN` und `symN` mit $N \geq 4$) und vergleichen Sie die Ergebnisse.