Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. J. Stöckler
Dipl.-Math. T. Kloos

Dortmund, 16.12.2015

Approximationstheorie

9. Übungsblatt

Abgabetermin: 04.01.2016

Aufgabe 33
Entscheiden Sie, jeweils mit Beweis, ob die folgenden Systeme von Funktionen einen Haarschen Unterraum von $C(I)$ aufspannen:

a) $\{1, x^2, x^4\}$, $I = [0,1]$;

b) $\{1, x^2, x^4\}$, $I = [-1,1]$;

c) $\{1, x, e^{2x}\}$, $I \subset \mathbb{R}$ kompakt;

d) $\left\{|x-1|, |x|, \left|x+\frac{1}{2}\right|\right\}$, $I = [-1,2]$.

Aufgabe 34
Zeichnen Sie die Menge

$$M = \left\{x \in \mathbb{R}^2 \mid \left\|x - \binom{-1/2}{2}\right\|_2 = 1/3\right\} \cup \left\{\binom{4}{-3}t + \binom{3}{-4}(1-t) \mid t \in [0,1]\right\} \cup \left\{\binom{0}{3}, \binom{-1/2}{-1}\right\},$$

die zugehörige konvexe Hülle $conv(M)$ und geben Sie weiter eine minimale Anzahl von Punkten $\{x_1, \ldots, x_n\} \in M$ an, sodass $0 \in conv\{x_1, \ldots, x_n\}$ gilt.

Aufgabe 35
Wir betrachten den Raum $C([-1,1]^2)$ versehen mit der Maximumsnorm und $M = \operatorname{span}\{1, x, y\}$. Zeigen Sie, dass $v^* \equiv 0$ Proximum an $f(x,y) = x^2 - y^2$ in M ist.

Zusatzaufgabe
Der Vektorraum $C[-1,1]$ sei versehen mit der Maximumsnorm. Wir betrachten den Teilraum

$$M = \{\phi \in C[-1,1] \mid \phi \text{ ungerade}\} \subset C[-1,1].$$

Zeigen Sie:

a) M ist abgeschlossen.

b) Bestimmen Sie für $f \in C[-1,1] \setminus M$ das Proximum v an f in M.
Hinweis: Verwenden Sie zum Nachweis Ihrer Vermutung das Kolmogorov-Kriterium.

Organisatorisches

- Aktuelle Informationen zur Vorlesung finden sich unter
  `www.mathematik.tu-dortmund.de/lsviii/`

- Pro Aufgabe können maximal 4 Punkte erreicht werden.
  Ein unbenoteter Modulabschluss wird aufgrund der aktiven Teilnahme an den Übungen und der sinnvollen Bearbeitung der Pflichtaufgaben (40% der Punkte) vergeben.
  Die Modulprüfung für den Erhalt eines benoteten Modulabschlusses findet im Anschluss an die Veranstaltung als mündliche Prüfung statt.