UNIVERSITÄT DORTMUND
Der Fachbereich Mathematik
Die Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät

Tag der Optimierung

Mittwoch, 12. Juni 2002

Hörsaal E28, Mathematikgebäude, Campus Nord

http://www.mathematik.uni-dortmund.de/top

Vortragsprogramm und Abstracts

★ 13.30 bis 14.30 Uhr:

Prof. Dr. Robert Weismantel (Universität Magdeburg):

"*Ganzzahlige Basen in der Optimierung*"

Der Vortrag ist in dem Gebiet der algorithmischen diskreten Mathematik angesiedelt. Behandelt wird eine neue Methode zur Lösung linearer ganzzahliger Probleme, welche darauf basiert, iterativ Vektoren der Nebenbedingungsmatrix durch ganzzahlige Erzeugendensysteme zu ersetzen. Wir diskutieren die algorithmischen Konsequenzen dieser Methode und stellen dar, welche mathematischen Fragestellungen für diesen Ansatz von besonderer Relevanz sind.

★ 14.30 bis 15.30 Uhr:

Prof. Dr. Diethard Pallaschke (Universität Karlsruhe):

"*Morse-Theorie für stückweise differenzierbare Funktionen* "

Ausgangspunkt einer Morse-Theorie für stückweise differenzierbare Funktionen ist die folgende Verallgemeinerung des zweiten Morse-Lemmas von H. Th. Jongen. Danach sind stückweise differenzierbare Funktionen in einer Umgebung eines regulären Punktes linearisierbar, und nach Einführung neuer Koordinaten können die Variablen so zerlegt werden, daß eine stückweise differenzierbare Funktion f in einer Umgebung eines nichtdegenerierten kritischen Punktes $x_0 \in \mathbb{R}^n$ topologisch äquivalent zu einer Funktion der Form

$$y \longrightarrow f(x_0) + l(y_1, \ldots, y_k) - \sum_{i=k+1}^{k+\mu} y_i^2 + \sum_{j=k+\mu+1}^{n} y_j^2$$

ist. Dabei ist l eine stetige, stückweise lineare Funktion, die sich als max-min Kombination aus den Koordinaten-Funktionen $y_1, \ldots, y_k$ und $-\sum_{i=1}^{k} y_i$ zusammensetzt. In dieser Darstellung entspricht der zweite Summand dem differenzierbaren Anteil der Funktion, während der erste Summand den nicht-differenzierbaren Anteil der Funktion wiederspiegelt. Aus dem zweiten Morse-Lemma folgt nun, daß die Niveaumengen von stückweise differenzierbaren Funktionen auf differenzierbaren Mannigfaltigkeiten homotopie-äquivalent zum Join zwischen dem differenzierbaren und nicht-differenzierbaren Anteil der Niveaumengen sind. Mit Hilfe der Künneth-Formel läßt sich dann der Morse-Index über die relativen Homotopiegruppen der Niveaumengen bestimmen, so daß insgesamt die klassische Morse-Theorie bis zu den Morse-Ungleichungen vollständig für stückweise differenzierbare Funktionen auf differenzierbaren Mannigfaltigkeiten übertragen werden kann.

★ 16.00 bis 17.00 Uhr:

Dr. Oliver Stein (Technische Universität Chemnitz):

"Bilevel-Strategien in der semi-infiniten Optimierung "

Optimierungsprobleme mit endlich-dimensionalen Variablen, die unendlich vielen Ungleichungsrestriktionen unterworfen sind, nennt man semi-infinit. Die Behandlung dieser Probleme nimmt ihren Ursprung in der Approximationstheorie, und bis heute ist eine ganze Reihe weiterer Anwendungen aus Ingenieurs- und Wirtschaftswissenschaften in einer semi-infiniten Formulierung bearbeitet worden, etwa robuste Optimierungsaufgaben, Minimax-Probleme, Design Centering und Defektminimierungsaufgaben für Operatorgleichungen. Dabei ist es häufig unvermeidlich, dass die Indexmenge, durch die die Ungleichungsrestriktionen parametrisiert sind, von der Entscheidungsvariable abhängt. Die generische Struktur der Restriktionsmenge von Problemen letzteren Typs hat sich als sehr ungewöhnlich erwiesen. Wir motivieren diese Generizitätsergebnisse geometrisch und zeigen, welche Arten von Stationaritätsbedingungen die optimalen Punkte unter verschiedenen Strukturvoraussetzungen erfüllen. Die Herleitung dieser Ergebnisse basiert entscheidend auf der Bilevel-Struktur semi-infiniter Optimierungsprobleme. Eine geschickte Ausnutzung dieser Bilevel-Struktur erlaubt es unter einer Konvexitätsannahme außerdem, einen leicht implementierbaren Lösungsalgorithmus für semi-infinite Probleme anzugeben. Wir diskutieren die Konvergenzergebnisse für diesen Algorithmus und illustrieren sie mit numerischen Beispielen.

★ 17.00 bis 18.00 Uhr:

Prof. Dr. Stephan Dempe (Techn. Univ. Bergakademie Freiberg):

"Optimalitätsbedingungen für Zwei-Ebenen-Optimierungsaufgaben"

Zwei-Ebenen-Optimierungsaufgaben sind hierarchische Optimierungsprobleme, bei denen die Menge zulässiger Punkte des sogenannten Problems der oberen Ebene von der Menge der optimalen Lösungen des Problems der unteren Ebene abhängt. Zu seiner Definition sei das folgende parametrische Optimierungsproblem betrachtet:

$$\min_x \{f(x,y) \,:\, g(x,y) \leq 0\} \qquad \text{(Problem der unteren Ebene)}$$

Die Optimalmenge dieses Problems sei mit $\Psi(y)$ bezeichnet. Dann besteht die Zwei-Ebenen-Optimierungsaufgabe in

$$\text{“}\min_x\text{”}\{F(x,y) \,:\, y \in Y,\ x \in \Psi(y)\} \qquad \text{(Problem der oberen Ebene).}$$

Zwei-Ebenen-Optimierungsaufgaben haben viele Anwendungen wie zum Beispiel die Prinzipal-Agenten-Theorie in der Ökonomie und die Suche nach besten chemischen Gleichgewichten.
Die Anführungszeichen in der obigen Definition sind verwendet worden, um die Unbestimmtheit in dieser Definition auszudrücken im Falle, dass das Problem der unteren Ebene keine eindeutige optimale Lösung besitzt. Die sich daraus ergebenden Konsequenzen und möglichen Modifikationen des Problems (der optimistische und der pessimistische Zugang) werden gemeinsam mit den entsprechenden Optimalitätsdefinitionen Gegenstand des Vortrags sein.
Das Hauptziel des Vortrags besteht in der Formulierung von notwendigen und hinreichenden Optimalitätsbedingungen in beiden Zugägen. Unter Verwendung bestimmter Voraussetzungen wird es sich zum Beispiel erweisen, dass es eine notwendige Voraussetzung für ein lokales Optimum ist, dass eine gewisse Anzahl von Ungleichungssystemen keine Lösung besitzt. Das ist ein wesentlicher Unterschied zu Ein-Ebenen-Optimierungsaufgaben, wo die Unlösbarkeit lediglich eines Ungleichungssystems aus der lokalen Optimalität eines Punktes folgt.