

MATHEMATIK VORKURS NAT-ING I – BLATT 13

THEMENGEBIET: AUSSAGEFORMEN/BEWEISE

Aufgabe 1)

Bilden Sie jeweils die Negation der folgenden Aussagen:

- a) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : y < x$
- b) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : y \geq x$
- c) $\forall m \in \mathbb{N} \exists n \in \mathbb{N} : n^2 = m$
- d) $\forall a, b \in \mathbb{N} \exists x \in \mathbb{N} : a \leq x \leq b$
- e) $\forall x \in \mathbb{R} \text{ mit } |x| > 2 : x^2 > 4$
- f) $\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} : \frac{x}{n} < 1$
- g) $\exists n \in \mathbb{N} \forall x \in \mathbb{R} : 2^{|x|} \geq n$

Aufgabe 2)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- a) $\forall x \in \mathbb{N}_0 : x^2 \geq x$
- b) $\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 \geq x$
- c) $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \geq x$
- d) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq x$
- e) $\forall x \in \mathbb{Q} : 2 < 3$
- f) $\forall x \in \mathbb{R} : \left| \frac{x}{x^2+1} \right| < 1$

Aufgabe 3)

Bilden Sie jeweils die Negation der Aussage, und beweisen Sie dann die Aussage oder die Negation.

- a) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : y < x$
- b) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : y > x$
- c) $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : m > n$
- d) $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : m < n$
- e) $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : m \leq n$

Aufgabe 4)

Beweisen sie die folgenden Folgerungen:

- a) $\frac{x}{2} \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \mathbb{N}$
- b) $x \in \{1, 4\} \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$
- c) $0 < x < 2 \Rightarrow x^2 < 5$

Gilt auch jeweils die umgekehrte Folgerung " $\Leftarrow$ "?

Aufgabe 5)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

$$\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 4 \wedge x^3 > 8$$

Bemerkung: Etwas schwieriger als der Rest sind Aufgaben 2f) und 5).