

MATHEMATIK VORKURS NAT-ING I – BLATT 5

THEMENGEBIET: GEMISCHT

Aufgabe 1)

a) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{1+x}{2-x}$$

Bilden Sie $f(3t)$, $f(x-1)$ und $f(\frac{1}{x})$.

b) Bilden Sie die zusammengesetzten Funktionen $f \circ g$ und $g \circ f$ und geben Sie jeweils deren maximalen Definitionsbereich an:

i) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$

ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x - 1$

Aufgabe 2)

Welche der folgenden Funktionen besitzen eine Umkehrfunktion? Geben Sie diese ggf. an.

a) $f(x) = x + x^2$ mit Definitionsbereich $D = [0, 3]$

b) $f(x) = x + x^2$ mit Definitionsbereich $D = [-1, 3]$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ mit Definitionsbereich $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ mit Definitionsbereich $D = (-\infty, 0)$.

Hinweis: Für alle Funktionen wird der Wertebereich als minimal angenommen, also $f : D \rightarrow W$ mit $W := f(D)$.

Aufgabe 3)

Finden Sie die Schnittpunkte des Graphen von f mit den beiden Koordinatenachsen, wenn die Funktionsvorschrift gegeben ist durch:

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

b) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

c) $f(x) = x^2(2x+1)$

d) $f(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$

Aufgabe 4)

Bestimmen Sie jeweils $A \cap B$, $A \cup B$ und $A \setminus B$ für die folgenden Mengen:

a) $A := \{x \in \mathbb{R} \mid 2(x-1) < 1\}$ und $B := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x < 0\}$.

b) $A := \{x \in \mathbb{R} \mid \text{Es existiert ein } p \in \mathbb{N} : x = 3p\}$ und
 $B := \{x \in \mathbb{R} \mid \text{Es existiert ein } q \in \mathbb{Z} : x = 4q\}$.

Aufgabe 5)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge von

$$\frac{1}{x+1} - x \leq -\frac{1}{2}.$$

Aufgabe 6)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen:

a) $|x| - |x-4| + |x-6| < 5$

b) $x^2 + 4x + 3 < |x^2 + 4x + 3|$

c) $\frac{|x^3-125|}{1+|x^3+111|} > 0$

Aufgabe 7)

Warum sind die folgenden Zeilen fehlerhaft? Korrigieren Sie diese.

a) $x^2 = 48 \Leftrightarrow 4\sqrt{3}$

b) $n = m + 2 \Rightarrow (m+2)^3 \Rightarrow m^3 + 6m^2 + 12m + 6$

c) $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$