

MATHEMATIK VORKURS NAT-ING I – BLATT 6

THEMENGEBIET: TRIGONOMETRIE

Aufgabe 1)

- a) Gegeben Sie das Bogenmaß von $\alpha = 135^\circ$ an.
- b) Geben Sie den Winkel $x = 5$ (in Bogenmaß gegeben) in Grad an.
- c) Geben Sie Grad- und Bogenmaß des Winkels an, der aus einem Kreis mit Radius 3 einen Bogen der Länge 5 herauschneidet.

Aufgabe 2)

$\cos x$ und $\sin x$ können als Koordinaten von Punkten auf dem Einheitskreis verstanden werden (vgl. Vorlesung). Verwenden Sie diese grafische Interpretation, um die folgenden Fragen zu beantworten:

- a) Warum gilt $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$?
- b) Bestimmen Sie $\cos x$ und $\sin x$ für $x = \frac{3}{4}\pi$ und für $x = \frac{7}{4}\pi$.
- c) Warum gelten die Gleichungen
 - i) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ und $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$,
 - ii) $\sin(\pi - x) = \sin x$ und $\cos(\pi - x) = -\cos x$?

Aufgabe 3)

Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen über einem jeweils geeigneten Intervall:

- a) $f_1(x) = \sin x$
- b) $f_2(x) = 2 \sin x$
- c) $f_3(x) = -2 \sin x$
- d) $f_4(x) = \sin(2x)$

e) $f_5(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

f) $f_6(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

g) $f_7(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Aufgabe 4)

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\sin x = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 5)

Verwenden Sie die Rechenregeln für trigonometrische Funktionen, um

a) zu zeigen, dass für beliebige $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} (\cos(2x) + 1).$$

b) den Ausdruck $\sqrt{1 + \cos x} \cdot \sqrt{1 - \cos x}$ zu vereinfachen.

c) zu zeigen, dass für beliebige $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}.$$