

8. Übungsblatt

Anlaufstelle bei Fragen:

hmorga@math.tu-dortmund.de

Voraussetzungen:

Kapitel 8 - Vorkurs für Ingenieure

Aufgabe 1 (Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme)

a) Betrachten Sie eine quadratische Matrix A in Zeilenstufenform und nennen Sie die Bedingung, die gelten muss, sodass das lineare Gleichungssystem $A \cdot x = b$

- i) lösbar ist.
- ii) eindeutig lösbar ist.
- iii) mehrdeutig lösbar ist.

b) Gegeben sei das folgende LGS in erweiterter Koeffizienten-Matrix $(A|b) = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 0 & c & d \end{array} \right)$

Nutzen Sie die zuvor aufgestellten Bedingungen und geben Sie alle $c, d \in \mathbb{R}$ an, sodass das LGS

- i) eindeutig lösbar ist.
- ii) mehrdeutig lösbar ist.
- iii) nicht lösbar ist.

Aufgabe 2 (Lineare Gleichungssysteme)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems mit Hilfe des Gauß-Algorithmus und geben Sie an, ob es eindeutig, mehrdeutig oder nicht lösbar ist:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 = -1 \\ 2x_1 + 5x_2 = -3 \end{array} & \begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{array}{l} -x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 + 4x_2 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 = 5 \end{array} \end{array} & \begin{array}{l} \text{c)} \quad \begin{array}{l} -x_1 + \frac{1}{2}x_2 - 3x_3 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ -2x_1 - 6x_2 + 8x_3 = 20 \end{array} \end{array} \end{array}$$

Aufgabe 3 (Zusatzaufgabe)

a) Geben Sie die Zeilenstufenform des gegebenen LGS an: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & a & b \end{array} \right)$

b) Geben Sie alle $a, b \in \mathbb{R}$ an, sodass das LGS ...

- i) ... eindeutig lösbar ist,
- ii) ... mehrdeutig lösbar ist,
- iii) ... nicht lösbar ist.

c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge für $a = 3$ und $b = -1$.