

Lineare dynamische Systeme

11. Übungsblatt, SoSe 2022

Die Aufgaben werden in der Übung am 22.06.2022 besprochen.

- 1) Es sei X ein Fréchetraum. Zeigen Sie: Eine Menge $M \subset X$ ist beschränkt genau dann, wenn es zu jeder Nullumgebung $W \subset X$ ein $s > 0$ gibt mit $M \subset tW$ für alle $t \geq s$.
- 2) Es seien X ein Fréchetraum, $T: X \rightarrow X$ ein schwach mischender (bzw. mischender) Operator und $\lambda \in \mathbb{K}$ mit $|\lambda| = 1$. Zeigen Sie, dass dann auch der Operator λT schwach mischend (bzw. mischend) ist.
- 3) Es sei $T: X \rightarrow X$ ein hyperzyklischer Operator. Zeigen Sie, dass der duale Operator $T': X' \rightarrow X'$ von T keinen endlichdimensionalen, invarianten Unterraum besitzt.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass $M = \langle x'_1, \dots, x'_N \rangle$ ein invarianter Unterraum von X' unter T' ist. Konstruieren Sie $K = \langle x_1, \dots, x_N \rangle \subset X$ so, dass $\langle x_j, x'_k \rangle = \delta_{kj}$ für $k, j = 1, \dots, N$ und zeigen Sie, dass durch $\phi(x) = \sum_{k=1}^N \langle x, x'_k \rangle x_k$ eine Quasikonjugation zwischen T und $\phi \circ T|_K: K \rightarrow K$ definiert wird.