

Informationen zum Aufgaben-Klassifikationsschema als
wissenschaftlicher Hintergrund der

Rückmeldung zu den
Bremer Parallelarbeiten in Klasse 6

Nikola Leufer, Susanne Prediger
IEEM, Universität Dortmund
Oktober 2007

In Anlehnung an Jordan, A.; Ross, N.; Krauss, S.; Baumert, J.; Blum, W.; Neubrand, M.; Löwen, K.; Brunner, M.; Kunter, M.
(2006): Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt,
Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin.



Vorwort

Spätestens mit dem Erscheinen der neuen Bildungspläne und der Anforderung, ein gemeinsames schulinternes Curriculum zu erstellen, haben die Fachkonferenzen vieler Schulen einen produktiven Prozess der gemeinsamen Weiterentwicklung des eigenen Unterrichts begonnen.

Die Parallelarbeiten in Klasse 6 können für diesen Prozess einen wichtigen Anstoß bieten, wenn sie als Anlass genutzt werden, um über gemeinsame Erwartungen und Ergebnisse des Unterrichts in der Fachkonferenz ins Gespräch zu kommen.

Gerade weil die Qualität der Aufgaben in den Parallelarbeiten für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts eine wichtige Rolle spielen kann, wird dieser Prozess unterstützt vom Landesinstitut für Schule in Bremen und dem Dortmunder Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts (Prof. Dr. Susanne Prediger, Prof. Dr. Stephan Hußmann). Mitarbeiter des IEEM Dortmund, insbesondere Nikola Leufer und Ines Schmerder, haben nahezu alle im Schuljahr 2006/07 in Bremen geschriebenen Parallelarbeiten ausführlich analysiert und damit eine individuelle Rückmeldung an jede Schule sowie eine Aufgabensammlung für die nächsten Jahre mit Weiterentwicklungsperspektiven vorbereitet.

Auch wenn die Aufgabensammlung und die individuelle Rückmeldung für sich verstehbar sind, sollen hier aus Gründen der Transparenz die wissenschaftlichen Grundlagen dieser Analyse und Rückmeldung offen gelegt werden. Abgedruckt ist im Folgenden das mathematikdidaktisch abgesicherte Klassifikationsschema für die einzelnen Test-Aufgaben, das der Analyse der Arbeiten zugrunde lag. Es ist am Ende durch codierte Beispielaufgaben konkretisiert.

Auf Anfrage können die Schulen gerne auch ihre ausführlichen Klassifikationsergebnisse ausgehändigt bekommen.

Klassifikationsschema und Erläuterungen

Beschreibung des Aufgabentyps nach Inhalt

1. Mathematische Stoffgebiete

Idee: Diese deskriptive Kategorie dient in der Gesamtschau aller Aufgaben einem Überblick über die angesprochenen Kompetenzbereiche für die inhaltsbezogenen Kompetenzen – wo lagen inhaltliche Schwerpunkte?

(1)	Arithmetik / Algebra
(2)	Geometrie
(3)	Funktionale Zusammenhänge
(4)	Stochastik

Codierungsregel: Bei vernetzenden / übergreifenden Aufgaben werden mehrere Codes vergeben (in der Matrix sind daher zwei Spalten für diesen Code vorgesehen: Codierung erfolgt der Reihenfolge/Relevanz nach, bei eindeutiger Zuordnung steht in der 2. Spalte eine „0“).

Beschreibung des Aufgabentyps nach Form

2. Aufgabenformat (Sprachrezeption)

Idee: In den Zentralen Abschlussprüfungen 10 hat sich die Art der Darstellung in einigen Aufgaben als entscheidende Hürde für diejenigen Schülerinnen und Schüler gezeigt, die nicht mit vielfältigen Darstellungsformen umzugehen gelernt hatten. Dieser Hürde sollte durch eine möglichst frühe Gewöhnung an Flexibilität in der Darstellung begegnet werden, auch in Test-Situationen.

In der Gesamtschau der Aufgaben ist daher eine Vielfalt an Darstellungsarten anzustreben, was durch möglichst variationsreiche Belegung der Codes in dieser zunächst deskriptiven Kategorie ausgedrückt werden würde.

2.1 Text

(0)	Existiert nicht/ kein Teil der Aufgabenstellung
(1)	Existiert/ist Teil der Aufgabenstellung/enthält Informationen zur Bearbeitung
(2)	Entnahme der zur Bearbeitung relevanten Informationen ist anspruchsvoll (komplizierter Text, irrelevante Informationen, etc.)

Codierungsregel: Bei 2.1. wird die Aufforderung „Berechne!“ nicht als Text gewertet und mit 0 codiert. Enthält die Arbeitsanweisung einen wirklich reellen Textanteil und/oder Begrifflichkeiten, die zur Bearbeitung bekannt sein müssen, dann ist der Code eine 1. Eine Textaufgabe, die zwar alle Informationen enthält, deren Entnahme aber anspruchsvoll ist, würde bei 2.1. den Code 2 erhalten.

2.2. Zahl / Terme / Formeln

- (0) Existiert nicht / kein relevanter Teil der Aufgabenstellung
- (1) Existiert / ist Teil der Aufgabenstellung/enthält Informationen zur Bearbeitung
- (2) Entnahme der zur Bearbeitung relevanten Informationen ist anspruchsvoll (komplizierte Darstellung, irrelevante Zahlen, etc.)

Codierungsregel: Zahlen kommen natürlich in jeder Aufgabe vor. Es geht hier darum, den „Knackpunkt“ der Aufgabe zu codieren. Sind beispielsweise Formeln oder Gleichungen angegeben, die berechnet werden müssen, so ist der Code hierfür eine (1). Ist das Entnehmen der Information schon eine „Herausforderung“, so wäre der entsprechende Code (2).

2.3 Tabelle / Abbildung / Graph

- (0) Existiert nicht / kein Teil der Aufgabenstellung
- (1) Existiert / ist Teil der Aufgabenstellung / enthält Informationen zur Bearbeitung
- (2) Entnahme der zur Bearbeitung relevanten Informationen ist anspruchsvoll (komplizierter Darstellung, irrelevante Informationen, etc.)

Codierungsregel: Ist eine Abbildung zur Aufgabe vorhanden (ein Koordinatensystem, eine Figur etc.), die zur Lösung der Aufgabe beachtet werden muss, dann wird der Code (1) vergeben. Handelt es sich jedoch um eine Abbildung, aus der das Entnehmen der Informationen Teil der Aufgabenstellung (Winkel, Diagramm) bzw. nicht unproblematisch ist (irrelevante Information, anspruchsvoller Text), dann wird der Code (2) vergeben.

Aufgabenkriterien: Offenheit, Komplexität

3. Offenheit

Idee: Jordan et al. (2006) unterscheiden die Vielfältigkeit der Lösungswege, Lösungs- und Strukturierungshilfen, die mathematische Richtung der Auseinandersetzung, das Antwortformat (bereits aufgenommen) und die Eindeutigkeit der Lösungen.

Es bietet sich an, diese Punkte unter dem Aspekt „Offenheit der Aufgaben“ zusammenzufassen. Die Codierung erfolgt hinsichtlich der Aufgabenstellung, der Vielfältigkeit der Lösungsweg und der Zielstruktur (Endzustand), differenziert nach Bruder (2003).

Da eine „offene“ Aufgabe nicht gleich eine „gute“ Aufgabe ist, ist dies zunächst eine beschreibende Kategorie, die Aspekte erfasst, die erst in Kombination mit anderen Kriterien bewertet werden können.

3.1. Aufgabenstellung

- (0) Nicht offen
- (1) Offen

3.2. Lösungswege

- (0) Nicht offen
- (1) Offen

3.3. Zielstruktur / Endzustand

- (0) Nicht offen
- (1) Offen

Codierungsregel am Beispiel:

Wie groß müsste der Mensch sein,
der den nebenstehend abgebildeten Schuh tragen könnte?

Erläutere Deinen Lösungsweg!



Diese Aufgabe würde hinsichtlich ihrer „Offenheit“ den Code (111) erhalten, denn

- die Aufgabenstellung gibt nicht die konkreten Werte vor, mit denen zu rechnen ist. Es müssen hier noch selbsttätig wesentliche Annahmen über Größen, Größenverhältnisse u. ä. gemacht werden, bevor das mathematische Modell zur Lösung der Aufgabe erstellt und berechnet werden kann.
- Auch der Lösungsweg ist offen bzw. abhängig von den gemachten Annahmen. Der zielführende Weg ist in dieser Aufgabe nicht vorgegeben. .
- Das Ergebnis der Aufgabe ist nicht eindeutig, abhängig von den gemachten Annahmen und dem gewählten Lösungsweg sowie den zur Berechnung gewählten Rundungen gibt es zu dieser Aufgabe unterschiedliche sinnvolle Lösungen.

4. Komplexität / Kompliziertheit der Aufgaben

Idee: Diese Kategorie ist bei Jordan et al. (2006) eine Art Kombination inner- und außermathematischer Modellierung und dem Grad der Komplexität. Da der Bereich des Modellierens in der vorliegenden Codierung jedoch separat gekennzeichnet wird, fasst der Code „Komplexität / Kompliziertheit“ die Aspekte „innermathematisches Modellieren“ und „Kompliziertheit“ (Anzahl der Lösungsschritte) zusammen.

(1)	Einschrittig
(2)	Mehrschrittig
(3)	Komplex
(9)	Keine Zuordnung (wenn die Aufgabe bspw. sehr offen ist und der Lösungsweg damit nicht vorgegeben)

Codierungsregel: Der Code „Komplexität / Kompliziertheit“ wird zwar nach der Anzahl von Lösungsschritten vergeben, jedoch wird die reine Wiederholung immer gleicher Schritte nicht als „mehrschrittig“ gewertet. Ist der Lösungsweg nicht vorgegeben, wird der Code für den wahrscheinlichsten Lösungsweg oder der Code (9) vergeben.

Mathematische Tätigkeiten

5. Prozessbezogene Kompetenzen

Idee: Die Kategorie der prozessbezogenen Kompetenzen ist die wichtigste Kategorie für die vorliegende Aufgabenanalyse. Es werden alle drei für die Jahrgangsstufe 6 relevanten prozessbezogenen Kompetenzen anhand von einzelnen Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten unterschieden:

- 5.1. Modellieren

Jordan et al. unterscheiden drei „außermathematische Modellierungsniveaus“ und drei „innermathematische Modellierungsniveaus“. Dabei bezeichnet „außermathematisches Modellieren“ Übersetzungsprozesse zwischen Realität und Mathematik, das „innermathematische Modellieren“ bezieht sich analog auf Übersetzungsprozesse innerhalb der Mathematik. Im vorliegenden Schema wird „Modellierung“ als „Übersetzungsprozess zwischen Realität und Mathematik“ verstanden und im Sinne des Modellierungskreislaufes nach z.B. Maaß/Leuders (2005) analysiert.

- 5.2. Argumentieren / Verbalisieren (Antwortformat)

Der Bereich der „Sprachrezeption“ wird bei der vorliegenden Codierung der „Repräsentationsform“ (vgl. 2) bereits erfasst. Erfasst werden müssen nun noch die Bereiche der „Sprachproduktion“ und der „Sprachreflexion“, wenn man der Aufteilung von „sprachlichen Kompetenzen“ in diese drei Bereiche (Sprachrezeption, Sprachproduktion, Sprachreflexion) folgt.

Da hier nur die Aufgabenstellung, nicht aber die dazu gehörenden Schülerprodukte codiert werden können, berücksichtigt die Codierung im Prinzip auch den Aspekt „Gebrauch von mathematischen Sprachmitteln“. Die Kategorie lässt sich also auch mit „Antwortformat“ überschreiben, insofern sie die in der Aufgabe enthaltene „Aufforderung“ zu einer Antwort in einem bestimmten Format kennzeichnet.

- 5.3. Problemlösen.

Das Problemlösen ist mit erheblichen Problemen verbunden, denn selbst mit vorsichtigen Charakterisierungen lässt sich nicht allgemein (anhand der Aufgabenstellung) beurteilen, ob eine Aufgabe für einen Schüler wirklich ein „Problem“ darstellt oder nicht. „Objektiv“ lässt sich also nur feststellen, ob eine Aufgabe einen Problemlöseanteil besitzt, der über Standardroutinen hinausgeht. Hierfür muss allerdings eine (klar) definierte Wissensbasis vorliegen, um zwischen „Standardroutinen“ und „Tätigkeiten, die über Standardroutinen hinausgehen“ unterscheiden zu können.

5.1. Modellieren

- (0) Keine Modellierung notwendig (z. B. rein technische Aufgabe)
- (1) Strukturierung (im Modellierungsschema: „Vereinfachung“) erforderlich: Von Realsituation zu Realmodell
- (2) Mathematisierung erforderlich: Von Realmodell zu mathematischem Modell
- (3) Strukturierung und Mathematisierung erforderlich
- (5) Validieren einer mathematischen Modellierung erforderlich
- (7) Mathematisierung und Validierung (Interpretation) erforderlich
- (8) Strukturierung und Mathematisierung und Validierung (Interpretation) erforderlich

Codierungsregel:

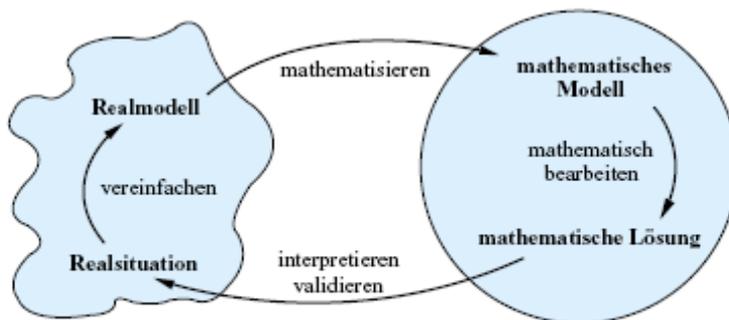


Abb. 4: Schematische Darstellung des Modellierungskreislauf

Der Wert des Codes spiegelt wider, welche Schritte des Modellierungskreislaufes durchlaufen wurden, aber er spiegelt auch wider, wie weit der Modellierungskreislauf durchlaufen wird: Der Code (0) würde sich also auf eine rein technische Aufgabe beziehen, der Code (8) auf eine „richtige“ (vollständige) Modellierungsaufgabe. Die Codes können allerdings auch vergeben werden, wenn eine bestimmte mathematische Tätigkeit beim Bearbeiten der Aufgabe notwendig ist, auch wenn man deswegen noch nicht von einer „Modellierungsaufgabe“ sprechen würde. Der Code „keine Zuordnung“ ist nicht zu erwarten, wird daher also nicht vergeben.

5.2. Argumentieren / Kommunizieren / Verbalisieren

- (0) Verbalisierung nicht notwendig
z.B. Multiple Choice, nur Ergebnis (Zahl) gewünscht ohne Begründung
- (1) Verbalisierung erforderlich (ohne „Argumentation“)
 - a) Antwortsatz gewünscht ohne Begründung und / oder inhaltliche Interpretation
 - b) Graph / Tabelle / Darstellung als Ergebnis gewünscht ohne Begründung
- (2) Argumentation notwendig
(d.h. Rechnung oder Zeichnung als Begründung erforderlich)
- (3) Anspruchsvolle Argumentation notwendig
 - a) Inhaltliche Interpretation erforderlich (z.B. lebensweltlicher Bezug)
 - b) Wechsel der Darstellungsebene erforderlich: Graph, Tabelle oder andere Veranschaulichungs- / Darstellungsmittel, an denen eine Begründung erfolgt

Codierungsregel: Der Code erfasst also in erster Linie die in der Aufgabe enthaltene „Aufforderung“ zu einer Antwort in einem bestimmten Format. Dabei wird unterschieden in

- (Code 1) reines „Verbalisieren“, also das eigenständige Formulieren mathematischer Sachverhalte bzw. das Ausformulieren der berechneten Lösung in einem Antwortsatz
- (Code 2): „Argumentieren“, was bedeutet, dass hier auf unterschiedliche Weise eine Lösung begründet werden muss. Dies kann jedoch auch allein durch Rechnung oder eine Zeichnung etc. erfolgen.
- (Code 3): „Anspruchsvolle Argumentation“: Darunter wird eine Begründung verstanden, die einen Wechsel der Darstellungsebene und / oder eine inhaltliche Interpretation der zugrunde liegenden Mathematik erfordert.

Der Code „keine Zuordnung“ ist nicht zu erwarten, wird daher also nicht vergeben.

5.3 Problemlösen

- (0) Kein Problemlöseanteil: ausschließlich bekannte Standardroutinen (aufgrund welcher Wissensbasis?)
- (1) Aufgabe hat einen Problemlöseanteil, d.h. sie erfordert mathematische Tätigkeiten, die über Standardroutinen hinausgehen (z. B. Beispiele erzeugen, systematisches Probieren, informative Figuren definieren)

Codierungsregel: Die Codierung erfolgt durch möglichst eindeutige Zuweisung zu (1), sonst (0).

6. Inhaltliches Verständnis / Verständnisorientierung

Idee: Der Punkt „inhaltliche Vorstellungen“ wird extra aufgeführt und auf den „Katalog der Grundvorstellungen“ von Blum und Jordan (2006) bezogen. In der Gesamtschau der Aufgaben sind Dopplungen zu erwarten, beispielsweise wenn beim Modellieren für das Erstellen des mathematischen Modells und beim Validieren der mathematischen Lösung Grundvorstellungen nötig sind. Diese Kategorie ist somit vor allem für die Interpretation anderer Codes in Zusammenhang mit dieser interessant.

- (0) Keine inhaltliche Vorstellungen zur Lösung notwendig, z. B. reiner Kalkül
- (1) elementare inhaltliche Vorstellungen zu Grundschulhalten nötig, z. B. Addition, Subtraktion, Größen (Länge, Gewicht, Zeit), Multiplikation natürlicher Zahlen etc.
- (2) inhaltliche Vorstellungen zu mathematischen Inhalten der Klasse 5/6 notwendig, z. B. Brüche, aber auch funktionale Vorstellungen, Vorstellungen von Proportionalität etc.
- (3) Kombination von mehreren Vorstellungen (hohe Grundvorstellungsintensität)
- (9) keine Zuordnung möglich

Codierungsregel: Die Codes (1) und (2) unterscheiden sich v. a. inhaltlich. Sie werden vergeben, wenn zur Lösung einer Aufgabe inhaltliche Vorstellungen zu den mathematischen Objekten nötig sind oder aktiviert werden. Sie können auch vergeben werden, wenn operatives Verständnis mathematischer Verfahren notwendig wird, das ein inhaltliches Verständnis voraussetzt. Eine Aufgabe mit hoher Grundvorstellungsintensität erhält den Code (3).

Konkretisierung der Codierung an Beispielaufgaben

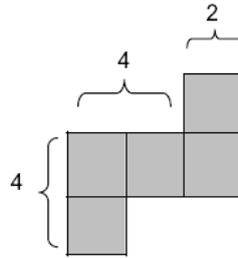
„Fläche in Haken-Form“

Hier siehst Du eine Fläche in Haken-Form.

Stefan, Pia, Marion und Dirk haben die Fläche auf unterschiedliche Weise berechnet.

Stefan: 4 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 2 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 2

Pia: 2 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 2 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 2 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 4



nen Objekte zu erstellen. 4 +
ldfunktionen Objekte zu

nen Objekte zu erstellen. 4 +
ekte zu erstellen. 2 + 2
te zu erstellen. 4

Marion: 5 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. (2 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 2)

Dirk: 6 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 6 –
2 Fehler! Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. (2 Fehler!
Es ist nicht möglich, durch die Bearbeitung von Feldfunktionen Objekte zu erstellen. 4)

Was haben sich die vier jeweils gedacht? Suche dir eine Art zu erklären aus:

- Entweder: Zeichne in die Bilder unten ein, welche Formen die Kinder jeweils addiert haben könnten.
- Oder: Erkläre in Deinen Worten, wie sie zu ihrer Lösung gekommen sind.

12	Stoffgebiet	Arithmetik / Geometrie
121	Aufgabenformat	Text, Zahl, Abbildung
010	Offenheit	Lösungsweg offen
2	Komplexität/Kompliziertheit	mehrschrittig
0	Modellierungscharakter	nein
3b	Argumentieren/Begründen	Argumentation notwendig
1	Problemlöseanteil	ja
2	Inhaltliches Verständnis	notwendig

Die Aufgabe entstammt den Gebieten Arithmetik und Algebra. Die Aufgabe besteht aus einer anspruchsvollen Anleitung der Aufgabe, einer Abbildung und Termen, die den „Knackpunkt“ der Aufgabe darstellen, da sie in Bezug auf die Flächenberechnung der Figur interpretiert werden müssen. Die Aufgabe hat insofern einen Problemlöseanteil, als das Nachvollziehen der Terme und die „Rückübersetzung“ mathematischer Ausdrücke über Routinetätigkeiten hinausgeht und neben einem inhaltlichen Verständnis der Verfahrensweise auch Strategien wie Systematisches Probieren. Das Anfertigen von Skizzen u. ä. erfordert, um die Aufgabe zu lösen.

Literatur

Bruder, Regina (2003): Konstruieren – auswählen – begleiten. Über den Umgang mit Aufgaben, in: Friedrich Jahresheft: Aufgaben. Lernen fördern – Selbständigkeit entwickeln, S. 12-15.

Leufer, N. / Prediger, S. (2007): Aufgaben vielfältig gestalten. Handreichung zu den Bremer Parallelarbeiten in Klasse 6, Universität Dortmund / LIS Bremen.

Jordan, A.; Ross, N.; Krauss, S.; Baumert, J.; Blum, W.; Neubrand, M.; Löwen, K.; Brunner, M.; Kunter, M. (2006): Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt, Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin.

Jordan, A. (2006): Mathematische Bildung von Schülern, Franzbecker, Hildesheim.