

Ein Instrumentarium zur Erfassung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben

Regina Bruder, Katja Lengnink und Susanne Prediger

Preprint Nr. 2265 des Fachbereichs Mathematik, TU Darmstadt, Februar 2003

(<http://wwwbib.mathematik.tu-darmstadt.de/Math-Net/Preprints/Listen/shadow/pp2265.html>)

In diesem Aufsatz wird eine Technik zur Erfassung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben vorgestellt, die sich der Methode des Repertory Grid bedient (s. Kapitel 2). Dieses Instrumentarium wurde entwickelt, um die Reflexions- und Sprachebenen von Mathematiklehrkräften über Aufgaben differenziert dokumentieren zu können. Auf dieser Grundlage wird es u.a. möglich, individuelle Lernfortschrittsbeschreibungen in der Lehreraus- und –fortbildung vorzunehmen. Erste Anwendung fand die Repertory Grid-Technik im Rahmen einer fachdidaktischen Lehrveranstaltung mit Lehramtsstudierenden, aus der Fallbeispiele vorgestellt und diskutiert werden. Unser Ansatz ordnet sich innerhalb der Fachdidaktik Mathematik in den noch wenig bearbeiteten Bereich der qualitativen Evaluationsforschung zu Lehr- und Lernkonzepten für Mathematik ein. Der Terminus „subjektive Theorie“ wird als Sammelbezeichnung für individuelle Einstellungen, Vorstellungen und Kenntnisse zu einem Sachverhalt verwendet – hier also zu Mathematikaufgaben.

Im ersten Kapitel wird das Anwendungsgebiet des zu entwickelnden Instrumentariums und das Anliegen der Untersuchung vorgestellt und begründet. Im zweiten Kapitel wird die Repertory Grid-Technik vorgestellt und die Adaption auf den vorliegenden Untersuchungsgegenstand beschrieben und begründet. Im dritten Kapitel wird die Studie vorgestellt und anhand von konkreten Fallbeispielen illustriert. Die Möglichkeiten der Erfassung subjektiver Theorien von Lehramtsstudierenden über das Repertory Grid werden diskutiert. Im Ausblick werden weiterführende Einsatzmöglichkeiten des Repertory-Grid für die Lehreraus- und -weiterbildung vorgestellt.

1. Verortung und Anliegen der Untersuchung

Im Sommersemester 2002 fand an der TU Darmstadt im Rahmen der mathematik-didaktischen Lehramtsausbildung ein Projektseminar zur „Lernleistungsdiagnostik für Mathematik“ unter Leitung von R. Bruder statt. In dieser Veranstaltung sollten insbesondere auch theoretische Grundlagen für die diagnostische Kompetenz der Lehramtsstudierenden gelegt werden. Die Beschreibung der Lehrveranstaltung befindet sich im Anhang I.

Die diagnostische Kompetenz von Lehrerinnen und Lehrern im Fach Mathematik umfasst insbesondere auch Kenntnisse und Fähigkeiten zur Analyse und Beschreibung von Handlungsverläufen und Handlungsprodukten der Lernenden in diesem Fach. Initiiert werden Schülerhandlungen im Mathematikunterricht insbesondere über Aufgaben - als Handlungsaufforde-

rungen. Unbeirrt von aller fachdidaktischen Kritik an der sogenannten Aufgabendidaktik (Lenné 1969) - hier wurde ein sehr enger Aufgabenbegriff zugrunde gelegt - sind Aufgaben nach wie vor das zentrale Steuerungsinstrument für das Lernen von Mathematik in der Schule.

Die Vielfalt möglicher und angestrebter Schüleraktivitäten im Mathematikunterricht lässt jedoch einen weiten Aufgabenbegriff in Anlehnung an Lompscher u.a. (1985) sinnvoll erscheinen (vgl. auch Bruder 1988). Wir verstehen unter einer Aufgabe eine Aufforderung zum Lernhandeln mit den Komponenten Ausgangssituation, Endsituation und Transformationen, welche die Ausgangssituation in eine Endsituation überführen. Diese drei Komponenten können unterschiedlich belegt, also vorgegeben sein. Unter anderem durch den Grad der Belegung dieser drei Komponenten können Aufgaben typisiert werden (vgl. auch Bruder 2000a). Einen umfassenden Rahmen für ein vielseitiges „Arbeiten mit Aufgaben“ bieten Konkretisierungen der Merkmale des allgemeinen Aufgabenbegriffs: Handlungsziel, Handlungsinhalt und Handlungsbedingungen. „Arbeiten mit Aufgaben“ umfasst

- das Auswählen bzw. Konstruieren, Variieren, Anordnen, Lösen, Vergleichen, Werten und Stellen von Aufgaben durch den Lehrer /die Lehrerin
- das Finden, Verändern, Vergleichen, Stellen und Lösen von Aufgaben durch die Schüler/innen
- und das Begleiten dieses Prozesses durch den Lehrer/die Lehrerin, vgl. auch Bruder (2000b).

Die Funktionen eines „Arbeitens mit Aufgaben“ im Lehr- und Lernprozess reichen vom *Mittel* (Weg) zur Aneignung von Wissen und Können über ein *Diagnoseinstrument* für Verlauf und Ergebnisse im Aneignungsprozess bis hin zu einem eigenständigen *Könnensziel*.

Damit ergibt sich ein Zugang zur Entwicklung der theoretischen Fundamente für zentrale Bestandteile einer diagnostischen Kompetenz von Lehramtsstudierenden: Differenzierte Kenntnisse über Aufgabenformate bzw. Aufgabentypen und „Lernpotenzen“ von Aufgaben auf der Grundlage eines weiten Aufgabenbegriffs sind eine notwendige Voraussetzung für eine solche Unterrichtsgestaltung, die entwicklungsgemäße und entwicklungsfördernde Lernanforderungen an die Schülerinnen und Schüler stellt. Diese Kenntnisse befähigen gleichzeitig zu einer bewussten, differenzierenden Sicht auf Handlungsverläufe und Handlungsprodukte bei den Lernenden. Damit gehören Kenntnisse über Aufgaben zu zentralen Voraussetzungen für eine diagnostische Handlungskompetenz der künftigen Lehrerinnen und Lehrer.

In der Auswertung der Ergebnisse der TIMS- und auch der PISA-Studie werden u.a. auch Defizite in der Aufgaben-Kompetenz von Lehrkräften als Ursache dafür angesehen, dass im Mathematikunterricht zu einseitig auf Kalkülkompetenz Wert gelegt wird (vgl. Baumert u.a. 1997 und 2001).

Mit einer Lehrveranstaltungsevaluation im Sinne des Entwicklungsparadigmas nach Kromrey (2000) geht es uns darum zu erfassen, ob und welche Sprachebenen und Blickwinkel zu Aufgaben sich verändert bzw. neu entwickelt haben.

Ein wichtiges Anliegen der Lehrveranstaltung war es u.a. auch, die Studierenden für eine zunächst wertungsfreie Wahrnehmung von unterschiedlichen Lernverläufen und individuellen Ausgangspositionen zu sensibilisieren. Es handelt sich hierbei zum einen um eine Haltung, ein spezifisches Rollenverständnis als Lehrkraft. Zum anderen geht es um Fähigkeiten, die auf

fundierten sachspezifischen Kenntnissen beruhen. Beides ist durchaus erlernbar im Sinne von „entwicklungsfähig“ (Wygotski 1964). Ausgelöst werden solche Lernprozesse, wenn Gelegenheiten bestehen, entsprechende Einsichten durch eigene Erfahrung zu gewinnen und Kompetenzen durch geeignete Tätigkeiten auszubilden. Es muss derzeit davon ausgegangen werden, dass die Studierenden kaum Erfahrung aus ihrer eigenen Schul- und Studienzeit mit wertungsfreien reflektierten Wahrnehmungen subjektiver Theorien besitzen. Deshalb haben wir nach Möglichkeiten gesucht, wie die aktuellen subjektiven Theorien über Aufgaben im Mathematikunterricht zu Beginn der Lehrveranstaltung und zum Ende individuell bewusst gemacht, erfasst und beschrieben werden können. Es ging also darum, den Studierenden und der Veranstaltungsleitung Einblicke in die individuelle Vorstellungswelt über Aufgaben (subjektive Theorien) zu gewähren und aufgetretene Veränderungen in dieser Vorstellungswelt durch die Ausbildung für alle Beteiligten nachvollziehbar qualitativ zu beschreiben. Mit dieser Vorgehensweise wird die Vorstellung verbunden, dass die Studierenden die neuen Erfahrungen im Umgang mit ihrem eigenen Lernprozess wertschätzen und das selbst Erlebte auf ihre künftige Arbeit übertragen.

2. Entwicklung des Instrumentariums

In der Methodenlehre der qualitativen Sozialforschung gibt es ein breites Spektrum von Testverfahren und Methoden zur Datenerhebung, die sich vor allem im Grad der Standardisierung unterscheiden: von standardisierten Fragebögen mit vorgegebenen Antworten bis hin zu freien Interviews ohne strukturierte Vorgaben (vgl. etwa Kromrey 1990). Während freie Erhebungsformen einen erheblich größeren Auswertungsaufwand mit sich bringen und die Ergebnisse schwerer vergleichbar sind, beeinflussen stark vorstrukturierte Erhebungsformen durch ihre Vorgaben bereits die Ergebnisse, da sie die Kategorien setzen, in denen überhaupt über Vorstellungen gesprochen werden kann. Dafür sind sie leichter für quantitative Untersuchungen zugänglich (Grigutsch/Raatz/Törner 1998, vgl. auch Törner/Pehkonen 1996). Jede empirische Untersuchung muss entsprechend ihrer Zielrichtung zwischen diesen beiden Polen abwägen.

Ohne hier die Diskussion um qualitative versus quantitative Sozialforschung im einzelnen aufzurollen (vgl. Kromrey 1990, Kelle 1994), soll die Entwicklung der Instrumente für unsere spezifische Fragestellung erläutert werden. Für die Untersuchung der subjektiven Theorien von Lehrkräften waren für uns zwei Aspekte leitend: Die Erhebungsinstrumente sollten nicht bereits die Sprachebene der subjektiven Theorien vorgeben, andererseits sollten strukturelle Hilfen gegeben werden, um überhaupt über die impliziten, oft nur im Unterbewussten bleibenden Theorien der Lehrkräfte ins Gespräch kommen zu können. Dazu erschien uns die sogenannte Repertory Grid-Technik angemessen, die im folgenden kurz dargestellt werden soll.

2.1. Die Repertory Grid-Technik

Die Repertory Grid-Technik wurde von dem US-amerikanischen Psychologen George A. Kelly als Untersuchungsverfahren in seiner „Psychologie der persönlichen Konstrukte“ (1955) entwickelt und wird seit den 1980er Jahren in der klinischen Psychologie und der Psychodiagnostik zu Selbstkonzepten und sozialen Beziehungen zunehmend eingesetzt (für die Darstellung der Methode und ihrer Hintergründe folgen wir Scheer 1992, umfassender in Fransella/Bannister 1977).

1. Im ersten Schritt des Repertory Grid wählt die Versuchsperson die Gegenstände ihres persönlichen Konstrukts aus. So werden z.B. in psychoanalytischen Therapieansätzen für essgestörte Patientinnen als Gegenstände des persönlichen Konstrukts die für die Patientin wichtigen Personen benannt (Spangenberg 1990).
2. Im zweiten Schritt geht es um die Gewinnung der Konstrukte, d.h. zunächst der Merkmale, die in der subjektiven Theorie der Versuchsperson relevant sind. Hierzu gibt es verschiedene Methoden mit jeweils spezifischen Anwendungsbereichen. Bei der gebräuchlichsten werden aus der Menge der Elemente nach Zufall jeweils drei Elemente ausgewählt und der Versuchsperson vorgelegt mit der Aufgabe, sich zu überlegen, in welcher Weise zwei der drei Elemente einander ähnlich sind und sich darin von dem dritten unterscheiden. Wenn beispielsweise die zwei ähnlichen Elemente die Mutter und die Tante sind, ist ihnen vielleicht gemeinsam, dass sie „gefühlbetont“ sind, in Absetzung vom besten Freund, der als „sachlich“ bezeichnet wird. Das erste Merkmal ist dann „gefühlbetont“, sein Kontrapol „sachlich“. Mit weiteren Triaden werden neue Merkmalspaare gewonnen. In einer vereinfachten Variante werden jeweils nur zwei statt drei Gegenstände bzgl. eines Gegensatzpaares charakterisiert.

Dieser Prozess der Merkmalerhebung ist ein länger dauernder Vorgang, der nicht nur aus einer bloßen Befragung besteht. Oft müssen sich die Versuchspersonen ihre Merkmale erst „erarbeiten“, denn nicht immer sind sie ihnen explizit bewusst. Wie bei manchen anderen Testverfahren ist vom Interviewer eine einfühlsame, behutsame Begleitung gefordert.

Schon auf dieser Ebene ist offensichtlich, wie die entwickelten Merkmale von dem abweichen können, was als Bestandteil einer allgemeinen Semantik in vielen Fragebögen erscheint: Die eine Person bildet zu „mütterlich“ den Kontrapol „väterlich“, was nicht überrascht. Die andere aber sagt: das Gegenteil ist „egoistisch“, eine dritte sagt „dünn“ oder „drahtig“ oder „hart“.

3. Gegenstände und Merkmale werden dann so angeordnet, dass eine zweidimensionale Matrix entsteht. Im dritten Schritt wird die Versuchsperson aufgefordert, zuzuordnen, inwieweit jedes Merkmal bzw. sein Kontrapol auf den Gegenstand zutrifft. Das Ergebnis ist eine Tabelle mit Gegenständen, Merkmalen und z.B. Kreuzen für die Relation „Merkmal trifft auf Gegenstand zu“ (auch graduelle Abstufungen sind möglich). Diese Tabelle, die den Ausgangspunkt für alle weitergehenden Auswertungen bildet, heißt im englischen „Grid“. Und weil es um das Repertoire an Kategorien gegenüber den Trägern der geschilderten Rollen geht, nannte Kelly das Verfahren „role construct repertory grid“.

Wichtigster Gedanke dieser Vorgehensweise ist, den befragten Personen die maximale Freiheit zu geben, in ihrer Sprache das über sich selbst und ihre subjektive Theorie zu sagen, was ihnen wichtig erscheint. Der Vorteil von selbstgewählten Merkmalen sowie der freien Elementwahl liegt in der größeren Angemessenheit zum Erfassen der intrapsychischen bzw. interpersonalen Konstrukte, die die jeweiligen Versuchspersonen bewegen.

Gleichzeitig gibt das Verfahren starke strukturelle Vorgaben: die Reihenfolge der Erhebungsschritte, die Konzentration auf Gegensatzpaare, die aus Vergleich von jeweils zwei bzw. drei Gegenständen entstehen, die Beschränkung auf Aussagen der Form „Gegenstand hat das Merkmal“, die Anforderung, alle Gegenstände bzgl. der gefundenen Merkmale einzuschätzen. Diese dienen als strukturelle Hilfen, um die psychischen Konstrukte überhaupt explizieren zu können.

Für die Auswertung der Repertory Grids stehen die einzelnen Grids als in sich geschlossene Momentaufnahmen subjektiver Theorien im Vordergrund. Gleichwohl sind auch Vergleiche zwischen Individuen oder von Grids gleicher Individuen zu unterschiedlichen Zeitpunkten sehr instruktiv. So werden in therapeutischen Zusammenhängen Repertory Grids oft eingesetzt, um Veränderungen im Therapieprozess zu dokumentieren, etwa in der Therapie der essgestörten Patientinnen (vgl. Spangenberg's methodologische Diskussion, warum die Frage nach Reliabilität in seinem Zusammenhang nicht relevant ist, S. 178ff). Um eine bessere Vergleichbarkeit der Grids zu gewährleisten, ist es möglich, auf die freie Gegenstandswahl zu verzichten (vgl. unten).

Auswertungsmethoden

Es ist evident, dass mit diesem Verfahren in hohem Maße individuumsspezifische Information gewonnen wird. Daher liegt das Schwergewicht der Auswertung auf der Untersuchung der Konstruktsysteme einzelner Personen. In der klinischen Arbeit mit einzelnen Klienten, besonders im Rahmen einer therapiebezogenen Diagnostik, ist es von Interesse, direkt von der Grid-Matrix auszugehen. Man kann wie bei einem Interviewprotokoll das vorliegende Material betrachten, die Beurteilungen verschiedener Personen per Inspektion vergleichen etc.

Darüber hinaus werden unterschiedliche Mittel der Datenanalyse verwandt, um die Grid-Matrix weiter auszuwerten. Zur Reduktion der Komplexität sind Faktorenanalysen und Clusteranalysen üblich geworden. Dann erhält man in der Regel 2 - 3 Hauptkomponenten, die sich durch die zugeordneten Konstrukte beschreiben lassen. Diese werden jeweils als die Hauptdimensionen angesehen, die ein Mensch verwendet, um über seine Konstrukte die für ihn wichtigen Bezugspersonen zu beurteilen - jedenfalls in der Situation der Repertory Grid-Erhebung (Scheer 1992).

Als Alternative zu diesen stark verkürzenden Datenanalysemethoden hat der Psychoanalytiker Spangenberg ein zurückhaltenderes Datenanalyse-Instrument für Repertory Grids aktiviert, die Formale Begriffsanalyse (Spangenberg 1990, Spangenberg/Wolff 1988). Die Methoden der Formalen Begriffsanalyse, deren mathematischer Hintergrund hier nicht erläutert werden soll (vgl. Ganter/Wille 1996), ermöglichen, die Strukturen kleinerer Grids ohne Informationsverlust in einem Liniendiagramm zu visualisieren. Damit erfüllen sie ein für die psychodiagnostische Arbeit sehr wichtiges Kriterium: Die ausgewerteten Daten müssen so dargestellt

werden können, dass keine Artefakte durch die Auswertungsmethode entstehen, dass die Befunde dem Patienten verständlich sind, d.h. dass der Patient nach der Auswertung ‚seine‘ Daten wieder erkennen und die aus der Auswertung zu folgernden Aussagen nachvollziehen kann (Spangenberg 1990, S. 107ff). Nur dann können sie als Kommunikationsmittel im weiteren Therapiegespräch dienen.

Bisheriger Einsatz der Repertory Grid-Technik in fachdidaktischer Forschung

Da es in der Wahl der Gegenstände a priori keine Beschränkung gibt, ist die Technik gut auf andere Gebiete übertragbar. Setzt man statt Personen als Gegenstände des Grid etwa belastende Situationen oder, wie in unserer eigenen Untersuchung Mathematikaufgaben, so können die persönlichen Konstrukte zu diesem Themenbereich erschlossen werden.

Einige fachdidaktische Studien haben bereits Repertory Grids eingesetzt: Der Physikdidaktiker Helmut Fischler hat zur Analyse von Lehrervorstellungen einen Repertory Grid-Test durchgeführt (1996), in dem wichtige physikdidaktische Prinzipien (z.B. bzgl. Motivation, Betonung der Modellstruktur, Schüleraktivitäten) den von der jeweiligen Lehrkraft erwarteten Auswirkungen bei Schülern gegenübergestellt wurden und somit das Beziehungsgeflecht von Unterrichtsprinzipien, Erwartungen und Urteilen von Lehrkräften untersucht. Williams/Pack (1997) haben ebenfalls Repertory Grids benutzt, um Einsichten in die Mathematikbilder von 19 Lehrkräften zu bekommen. Als Gegenstände des Grids wurden typische mathematische Tätigkeiten gesetzt. Hiskonen (1999) hat mit einem Repertory Grid die Vorstellungen eines Schülers untersucht, was einen guten Schüler in Mathematik ausmacht. In einem Lehrerbildungsprogramm hat McQualter (1986) Repertory Grids eingesetzt, um die Entwicklung der Rollenvorstellungen der Lehrer zu analysieren. All diese Studien unterscheiden sich nicht nur vom Inhalt der Untersuchung, sondern auch von den eingesetzten Auswertungsmethoden von der hier vorgestellten Studie.

2.2. Adaptionen der Instrumente für unsere Studie

Für unsere Studie galt es nun, die Instrumente für den Zweck zu adaptieren, subjektive Theorien von Lehramtsstudierenden über Aufgaben im Mathematikunterricht zu erheben. Um in der Auseinandersetzung über mögliche Aufgaben eine gewisse Breite zu erlangen und gleichzeitig die Vergleichbarkeit der Repertory Grids zwischen den Testpersonen sicherzustellen, wurde als Gegenstand des Repertory Grid ein verbindliches Set an Mathematikaufgaben festgelegt, die alle zu dem überschaubaren Stoffgebiet der algebraischen Behandlung Linearer Gleichungen (Klasse 8) gehören (vgl. Abb. 1 sowie die Original-Arbeitsanweisungen im Anhang II).

1. Löse die folgenden Gleichungen und mache eine Probe. x ist die Lösungsvariable.
 $18x - 25 - 11x + 49 = 3$ $3x + 12a = 0$
 $3,7x + 0,8 = 6,1 - 5,3x + 0,7$ $5(x - a) = 0$
2. Finde eine lineare Gleichung, die -5 als Lösung hat.
3. Gibt es lineare Gleichungen, die mehrere Lösungen haben und lineare Gleichungen, die gar keine Lösung haben?
4. Christian hat versucht, drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen zu finden, deren Summe 81 ist. Er hat folgende Gleichung aufgeschrieben: $(n-1) + n + (n+1) = 81$. Wofür steht das n ?
 - a. Für die kleinste der drei natürlichen Zahlen.
 - b. Für die mittlere der drei natürlichen Zahlen.
 - c. Für die größte der drei natürlichen Zahlen.
 - d. Für die Differenz zwischen der kleinsten und der größten der drei natürlichen Zahlen.
5. Schreibe einen Aufgabentext, der auf folgende Gleichung führt: $3(0,5x - 7) = 5 - 1,5x$
6. In zwei Kisten befinden sich 54kg Äpfel. Die zweite Kiste wiegt 12kg mehr als die erste Kiste. Wie viele kg Äpfel sind in jeder Kiste?
7. Nenne Anwendungsbeispiele, für die das Aufstellen und Lösen einer linearen Gleichung hilfreich sein kann! Oder: Wo benötigt man lineare Gleichungen?

Abb. 1: Das Aufgaben-Set des Repertory Grid

Für die Aufgabenauswahl wurden verschiedene Kriterien berücksichtigt: Es sollte sowohl leicht erkennbare eher äußerliche Unterscheidungsmerkmale geben (wie die Art des Aufgaben- und Frageformates) als auch weniger leicht erkennbare Unterschiede bzgl. des Handlungsziels, der Vielfalt der Lösungswege bzw. Resultate (Grad der Offenheit der Aufgabe), des Schwierigkeitsgrades und der Art der erforderlichen Lösungsüberlegungen (Handlungsinhalte). Wichtig waren z.B. auch die verschiedenen Blickrichtungen auf das gewählte Thema – formale Aspekte sollten ebenso auftreten wie Verstehen und Anwenden. Aufgabe 4 stammt aus der TIMS-Studie II.

In der Untersuchung wurden die Lehramtsstudierenden aufgefordert, zunächst alle Aufgaben sorgfältig zu lesen und auf einer Skala von 1 bis 4 (kein Beitrag, geringer Beitrag, hoher Beitrag, sehr hoher Beitrag) zu notieren, wie hoch sie den Beitrag der Aufgabe zu wesentlichen Lernzielen des Themengebietes „lineare Gleichungen“ im Mathematikunterricht einschätzen. Neben dem Zweck, sich in die Aufgaben einzudenken, konnten wir so eine erste Bewertung der Aufgaben gewinnen, die sich auch in der Auswertung als interessant herausstellte. Die Kenntnis wesentlicher Lehrplanziele für lineare Gleichungen in Klasse 8 konnte vorausgesetzt werden.

Danach wurden den Studierenden von der Interviewerin nacheinander unterschiedliche Aufgabenpaare aus dem Aufgabenpool vorgelegt. Zu jedem Aufgabenpaar wurden sie gebeten, mindestens ein Gegensatzpaar von Merkmalen anzugeben, das die beiden Aufgaben voneinander trennt. Dabei entstand ein Spektrum an Merkmalen, die für die jeweiligen Personen wich-

tig waren. Dann sollten die Studierenden die restlichen fünf Aufgaben bezüglich der von ihnen angegebenen Merkmale einschätzen. Dies wurde in einer Tabelle notiert.

Um das methodische Problem abzumildern, dass durch die Vorgabe des Aufgaben-Sets die Auswahl der Merkmale mit beeinflusst wird, wurde den Studierenden nach Ausfüllen der Tabelle die Möglichkeit gegeben, weitere für sie relevante Merkmale zu ergänzen, die durch die Auseinandersetzung mit den Aufgaben bisher nicht aufgetaucht sind. Es zeigte sich auch, dass es oft schwer fällt, „echte“ Gegensatzpaare bei den Merkmalen zu finden. Hier wurde den Studierenden die Möglichkeit gegeben, zunächst ein Kriterium zu finden, das die eine Aufgabe hat und die andere nicht und dann ein zweites Kriterium, das die zweite Aufgabe besitzt, aber die erste nicht.

Als Beispiel ist in Abb. 2 das Repertory Grid der ersten Befragung von Versuchsperson 1 zu sehen. Dieses Repertory Grid ist folgendermaßen zu lesen: Die Aufgaben stellen die Gegenstände der Untersuchung dar, denen die von der Versuchsperson genannten Merkmale zugeordnet sind. Ein Kreuz in einer Zelle des Grids bedeutet, dass ein Gegenstand ein Merkmal hat. Eine Leerzelle kann vieles bedeuten, z.B. das Merkmal trifft auf diese Aufgabe nicht zu; die Versuchsperson weiß es nicht; das Merkmal passt nicht zu dieser Aufgabe.

Die Sprache, die eine Versuchsperson über die von ihr angeführten Merkmale wählt, ist frei und drückt damit ihren Stand der Auseinandersetzung mit diesem Aufgabenpool aus. Die Merkmale entsprechen somit den elementaren persönlichen Konstrukten der teilnehmenden Personen in Bezug auf diesen Aufgabenpool, sie sind somit kontextgebunden und durch den situativen Rahmen des vorgegebenen Aufgabenpools beeinflusst. Dies muss bei der Interpretation der Daten stets mit bedacht werden.

Für die Auswertung der entstandenen Repertory Grid-Tabellen wurden mit begriffsanalytischen Methoden Liniendiagramme erstellt, deren Interpretation im nächsten Abschnitt vorgestellt wird.

	Verständnisaufgabe	Rechenaufgabe	Problem zur Lösung finden	Lösung zum Problem finden	geschlossene Aufgabe	offene Aufgabe	formale, algorithmische Aufgabe	"heuristische" Aufgabe	Lösung nachvollziehen	Lösung finden	Meta-Aufgabe	"Insel"-Aufgabe	geometrisches Verständnis	Realitätsbezug
A1(+)		X					X							
A2(-)	X		X		X							X		
A3(++)	X					X		X						
A4(-)					X				X					
A5(-)	X		X		X			X						
A6(+)		X		X	X					X				
A7(--)						X					X			X

Abb. 2: Repertory Grid der Versuchsperson 1 in der ersten Befragung

3. Studie zur Veränderung subjektiver Theorien über Mathematikaufgaben bei Lehramtsstudierenden

Die entwickelte Untersuchungsmethode wurde im Rahmen der Evaluation einer fachdidaktischen Lehrveranstaltung eingesetzt, um Veränderungen der subjektiven Theorien der Lehramtsstudierenden über Mathematikaufgaben beschreiben zu können.

3.1. Untersuchungsdesign

Das entwickelte Instrument wurde zu Beginn und zum Ende der Lehrveranstaltung „Lernleistungsdiagnostik für Mathematik“ eingesetzt. An der ersten Befragung haben 13 Studierende teilgenommen, an der zweiten Befragung 15. Neben dem Querschnittvergleich über die Gruppe der Studierenden hinweg gab es durch einen festen Identifikationscode die Möglichkeit, über die zweifache Befragung individuelle Lernfortschritte der Teilnehmer zu beschreiben, die an beiden Befragungen teilgenommen haben (insgesamt 10 Studierende).

Kernstück der Befragung war das Erstellen eines Repertory Grids. Dabei wurden in der ersten Befragung die Aufgabenpaare (1,3), (4,6) und (5,7) zum direkten Vergleich vorgegeben. Die Studierenden wurden gebeten, wie vorne beschrieben, diesen Aufgaben Gegensatzpaare von Merkmalen zuzuordnen, die sie voneinander trennen. Darüber hinaus wurden sie ermuntert, noch weitere Paare von Aufgaben zu vergleichen und auch andere ihnen wichtige Merkmale zur Analyse und Auswahl von Aufgaben zu benennen. In der zweiten Befragung wurde den Studierenden nach zwei Paarvergleichen die Auswahl des dritten Aufgabenpaares selbst überlassen.

Vor dem Erstellen des Repertory Grid wurde eine Bewertung der Aufgaben in Bezug auf ihren Beitrag zu wesentlichen Lernzielen des Mathematikunterrichts von den Studierenden erbeten. Damit ist die Möglichkeit vorhanden, auch eine Veränderung in der Gewichtung einzelner Aufgabentypen zu messen und in ihrer Beziehung zu den jeweiligen subjektiven Theorien über Aufgaben zu erfassen. (Der Fragebogen ist im Anhang II zu finden.)

3.2. Auswertung

Die Vorgehensweise für die Auswertung der erhobenen Daten wird exemplarisch an einer Versuchsperson vorgestellt. Dabei werden Auswertungsfragen und -hypothesen formuliert, die für die Untersuchung leitend waren. Im Vergleich mehrerer Versuchspersonen lassen sich wesentliche Argumentationsmuster und Unterscheidungsmerkmale in Bezug auf ihre jeweiligen subjektiven Theorien über Aufgaben herausarbeiten. Dies wird mit der zweiten Befragung kontrastiert und es können sowohl individuelle als auch übergreifende Veränderungen in den subjektiven Theorien der Studierenden erfasst und analysiert werden.

Zu jedem Repertory Grid lässt sich ein Begriffsverband erstellen, der in einem Liniendiagramm dargestellt werden kann.

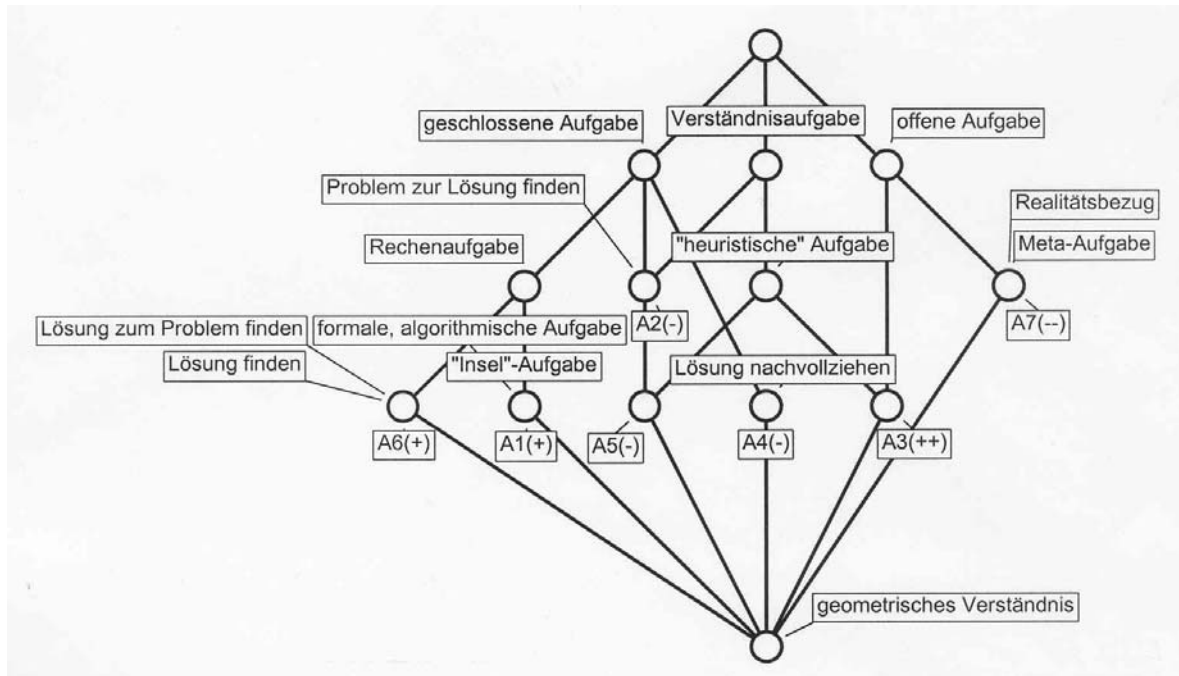


Abb. 3: Liniendiagramm des Repertory Grid von Versuchsperson 1 in der ersten Befragung

Aus einem solchen Liniendiagramm lässt sich das gesamte Repertory Grid ohne Informationsverlust wieder ablesen. Jede Aufgabe ist an einem kleinen Kreis verzeichnet. Auf sie treffen alle diejenigen Merkmale zu, die an denjenigen Kreisen notiert sind, die im Diagramm durch aufsteigende Linienzüge erreichbar sind. So hat etwa die Aufgabe 5 die Merkmale „Verständnisaufgabe“, „geschlossene Aufgabe“, „Problem zur Lösung finden“ und „heuristische Aufgabe“. Analog trifft ein Merkmal auf alle Aufgaben zu, die durch absteigende Linienzüge erreichbar sind. Das Merkmal „geschlossene Aufgabe“ trifft somit auf die Aufgaben 1, 2, 4, 5 und 6 zu.

Über die reine Darstellung des Grid hinaus expliziert das Liniendiagramm die in den Daten des Repertory Grid enthaltene logische Struktur. So kann man etwa Merkmalimplikationen an dem Diagramm ablesen: Beispielsweise impliziert das Merkmal „Lösung zum Problem finden“ stets „Rechenaufgabe“ und „geschlossene Aufgabe“, da diese im Liniendiagramm durch aufsteigende Linien zu erreichen sind. Eine Rechenaufgabe mit Realitätsbezug gibt es für die Versuchsperson in diesem Aufgabenpool nicht, da es keine Aufgabe gibt, die (im Sinne absteigender Linienzüge) unter beiden Merkmalen liegt. Auch Teilstrukturen lassen sich interpretieren, so bilden etwa die Merkmale „geschlossene Aufgabe“, „heuristische Aufgabe“ und „offene Aufgabe“ eine sogenannte Intermedialskala, in der „heuristisch“ zwischen „geschlossen“ und „offen“ liegt und jeweils in Kombination mit einem der anderen Merkmale vorkommt. Aufga-

ben, die „offen“ und „geschlossen“ zugleich sind, gibt es in diesem Aufgabenpool für diese Versuchsperson nicht.

Mit dem Liniendiagramm wird die Landschaft einer in der Befragung erfassten subjektiven Theorie der Versuchsperson über Aufgaben entfaltet und einer Untersuchung zugänglich. Es können auf dieser Grundlage bestimmte Konstrukte wie etwa „offene“ und „geschlossene“ Aufgabe, die eine Person verwendet, in ihrer Bedeutung für die Versuchsperson erforscht und besser verstanden werden. Auch hier ist anzumerken, dass die im Liniendiagramm entfaltete Landschaft nicht mit der logischen Struktur der persönlichen Konstrukte einer befragten Person übereinstimmen muss. Die Liniendiagramme können aber als Kommunikationsmittel im direkten Gespräch mit Versuchspersonen eingesetzt werden, um sie mit ihren eigenen subjektiven Theorien zu konfrontieren und so einen Prozess des Nachdenkens anzuregen.

Auswertungshypothesen und -fragen

Bei der Auswertung unserer Untersuchung fokussierten wir auf die Evaluation der Lehrveranstaltung zur Lernleistungsdiagnostik in Bezug auf den Zuwachs an diagnostischer Kompetenz über Aufgaben. Nach dem Untersuchungsdesign erwarteten wir eine Entwicklung hin zu einem didaktischen Fachvokabular, wie es in der Lehrveranstaltung eingeführt wurde. Dieses würde teilweise schon vorhandene Analyseschwerpunkte der befragten Personen ausdifferenzieren und ihre Sprache über Aufgaben präzisieren. Es würden aber sicher auch neue Analysefelder für die Lernenden erschlossen, was zu einer grundsätzlichen Neustrukturierung des Sprechens über Aufgaben führen kann. Neben einer stärkeren Tiefendifferenzierung in Bezug auf die Analyse von Aufgaben war auch eine mehr übergreifende Einordnung von Aufgaben unter große Kategorien und ein Erweitern des Analysespektrums zu erwarten. All diese Veränderungen können sich auch auf die Bewertung der Aufgaben in Bezug auf ihren Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele dieses mathematischen Teilgebietes auswirken.

Für die Auswertung und den Vergleich verschiedener Repertory Grids (sowohl im Quer- wie im Längsschnitt) haben sich unter Beachtung unserer Auswertungshypothesen einige Fragerichtungen als interessant herausgestellt. Sie werden nun in Verbindung mit den Hypothesen als Katalog vorgestellt, auf den bei der Auswertung im Detail Bezug genommen wird.

Die ersten beiden Fragen betreffen die Sprache der Versuchspersonen, die durch die Merkmale erfasst wird und die darüber gesetzten Analyseschwerpunkte der Personen:

- Welche Merkmale werden von einer Versuchsperson in der Befragung genannt, wie unterscheiden sie sich von denen anderer Versuchspersonen und auch von denen derselben Person in der zweiten Befragung? Ist hier eine Entwicklung hin zum didaktischen Fachvokabular der Lehrveranstaltung auszumachen?
- Welche Analyseschwerpunkte setzen einzelne Personen?

Die folgenden vier Fragen versuchen die Veränderungen der Versuchspersonen im Längsschnitt zu typisieren und die Versuchspersonen darüber in ihrem Veränderungsprofil zu vergleichen:

- Wie verändern sich die Analyseschwerpunkte der Personen von der ersten zur zweiten Befragung?
- In welchem Allgemeinheitsgrad und in welcher Breite und Ausdifferenzierung werden die Merkmale angesetzt und wie verändert sich dies?
- In Bezug auf die Lehrveranstaltung ist insbesondere im Längsschnitt interessant, wie das in der Veranstaltung erworbene Vokabular benutzt wird und wie es in ein bestehendes System von Merkmalen integriert wird.
- Können spezifische Veränderungsprofile herausgearbeitet werden?

Die letzte Frage befasst sich mit Veränderungen in der Bewertung von Aufgaben:

- Wie werden die Aufgaben in ihrem Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele bewertet und wie verändert sich diese Bewertung im Verlauf der Veranstaltung? Lassen sich mögliche Gründe dafür ablesen?

Inhaltliche Analyse und Vergleiche

Bei unserer Untersuchung hat sich herausgestellt, dass die Versuchspersonen unterschiedliche Analyseschwerpunkte setzen, die sich in ihrem Sprechen über Aufgaben äußern. Um diese Schwerpunktsetzungen zu verdeutlichen, haben wir die von den Versuchspersonen genannten Merkmale fünf Kategorien zugeordnet, die sich auch auf Grundlage einer didaktischen Theorie über Aufgaben begründen lassen (vgl. auch Kap.1)

Merkmalkategorien	Genannte Merkmale
In der Aufgabe angeforderte Tätigkeiten	„Heuristische Aufgabe“ „Problem zur Lösung finden“ „Lösung finden“ „Lösung zum Problem finden“ „Lösung nachvollziehen“
Schwierigkeitsgrad der Aufgabe	
Ziel- und Inhaltsdimensionen der Aufgabe	„Realitätsbezug“ „geometrisches Verständnis“ „Verständnisaufgabe“ „Rechenaufgabe“ „Insel“-Aufgabe“ „Heuristische Aufgabe“
Format der Aufgabe; Struktur der Aufgabe	„geschlossene Aufgabe“ „offene Aufgabe“ „formale, algorithmische Aufgabe“
Didaktische Funktion der Aufgabe	„Meta-Aufgabe“ „Verständnisaufgabe“ „Rechenaufgabe“

Abb. 4: Von der Versuchsperson 1 genannte Merkmale in der ersten Befragung

Die Tabelle in Abb. 4 zeigt die Merkmalkategorien und die ihnen durch die Auswertungsperson zugeordneten Merkmale der Versuchsperson 1. Diese Zuordnung stellt einen Interpretationsakt dar, d.h. dass sie so von der Versuchsperson vielleicht gar nicht vorgenommen würde. Sie macht es aber möglich, unterschiedliche Personen in ihren Sprachebenen zu den Aufgaben zu vergleichen.

Versuchsperson 1 aktiviert in ihrer Unterscheidung zwischen den Aufgaben des von uns vorgelegten Aufgabenpools besonders die Kategorie der mit der Aufgabe angeforderten Tätigkeiten und die Kategorie der Aufgabenformate. Der Schwierigkeitsgrad von Aufgaben wie auch ihre zeitliche Einordnung im Unterrichtsprozess findet kaum Beachtung. Vergleichen wir dieses Resultat mit dem Repertory Grid derselben Person in der zweiten Befragung, so finden sich darin folgende interessante Veränderungen auf der Ebene der benutzten Sprache, aber auch auf dem Differenzierungsgrad. Dazu ist hier das Liniendiagramm des Repertory Grid der Versuchsperson 1 aus der zweiten Befragung und die zugehörige Zuordnung zu den Merkmalkategorien dargestellt.

Ein Teil der schon von der Person durch Merkmale erfassten Unterschiede zwischen den Aufgaben wird nun mit dem in der Lehrveranstaltung eingeführten didaktischen Vokabular beschrieben. Dies ist besonders gut an dem Teilbereich der Aufgabenformate und dem Bereich der angeforderten Tätigkeiten festzumachen, auf dem ja bereits in der ersten Befragung ein Schwerpunkt dieser Person lag. So wurde etwa eine Einteilung in die Zieltypen verschiedener Aufgaben mit dem Vokabular (x;x;x) als (gegeben; Weg; gesucht) von dieser Versuchs-

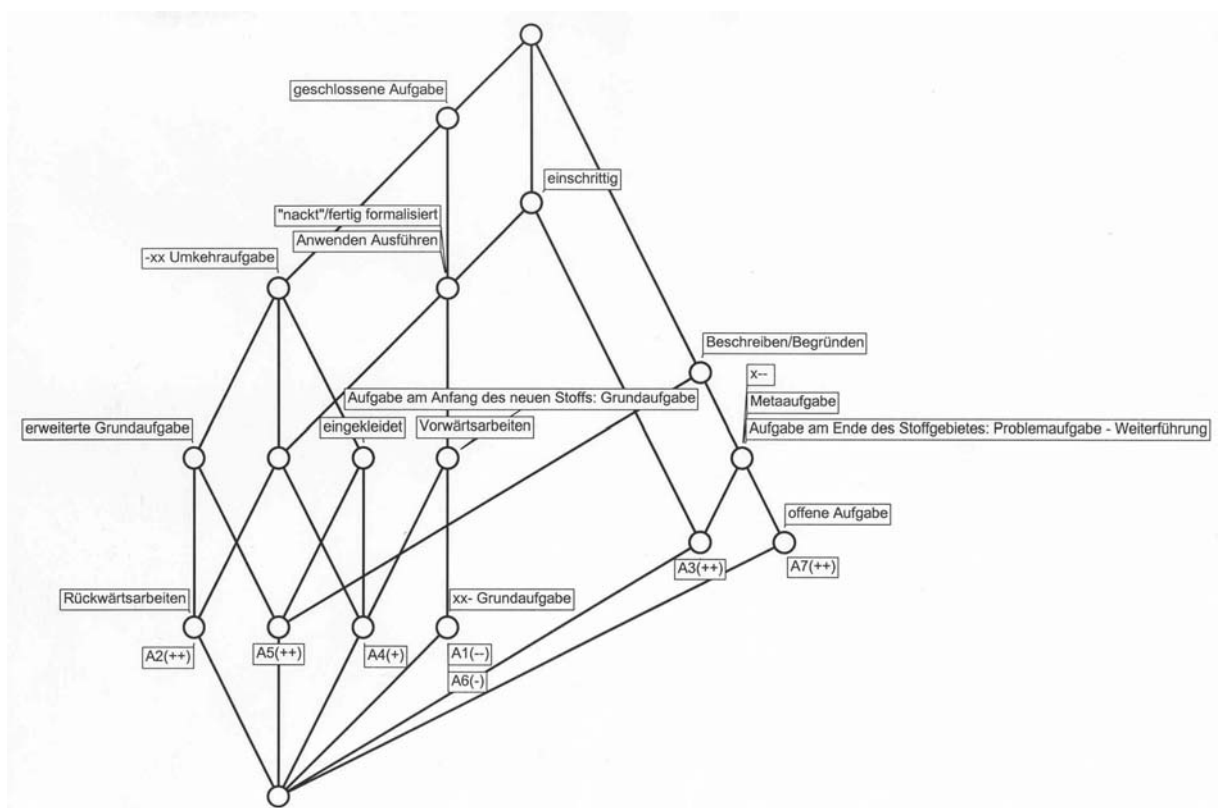


Abb. 5: Liniendiagramm des Repertory Grid von Versuchsperson 1 in der zweiten Befragung

Merkmalkategorien	Genannte Merkmale
In der Aufgabe angeforderte Tätigkeiten	Anwenden/Ausführen Beschreiben/Begründen Vorwärtsarbeiten Rückwärtsarbeiten
Schwierigkeitsgrad der Aufgabe	einschrittig
Ziel- und Inhaltsdimensionen der Aufgabe	
Format der Aufgabe, Struktur der Aufgabe	geschlossene Aufgabe offene Aufgabe eingekleidet einschrittig Metaaufgabe erweiterte Grundaufgabe xx- Grundaufgabe -xx Umkehraufgabe x— nackt/fertig formalisiert
Didaktische Funktion der Aufgabe	Aufgabe am Ende des Stoffgebietes: Problemaufgabe – Weiterführung Aufgabe am Anfang des neuen Stoffs: Grundaufgabe Metaaufgabe

Abb. 6: Von der Versuchsperson 1 genannte Merkmale in der zweiten Befragung

person vorgenommen. Diese Typisierung hat die vorher vertretene Sprache mit den Merkmalen „Lösung (zum Problem) finden“, „Problem zur Lösung finden“ und „Lösung nachvollziehen“ abgelöst. Damit ist dieser Gesamtbereich eher in die Kategorie der Formate gerutscht. Die Tätigkeitsebene wird von der Versuchsperson in der zweiten Befragung noch um weitere Aspekte ergänzt, wie etwa „Beschreiben/Begründen“ und „Anwenden/Ausführen“, die in der ersten Befragung nicht explizit genannt wurden. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten taucht auch als neues Merkmal auf, das allerdings anhand der vorliegenden Diagramme nicht als Ausdifferenzierung von „heuristische Aufgabe“ in der ersten Befragung angesehen werden kann.

Zusammenfassend lässt sich bei der Versuchsperson 1 eine Veränderung weg von selbstgewähltem Vokabular hin zu einem didaktisch geprägten und in dem Seminar erarbeiteten Vokabular festmachen. Dies bewirkt eine begriffliche Präzisierung aber auch eine Erweiterung des Horizontes beim Sprechen über Aufgaben. So ist etwa bemerkenswert, dass die mögliche Stellung einer Aufgabe im Lernprozess von der Person neu als Unterscheidungsmerkmal angeführt wird. Vermutlich lässt sich darüber die große Veränderung in der Bewertung einzelner Aufgaben, wie etwa der Aufgabe 7, begründen, die dann je nach Stellung im Lernprozess doch ein anderes Gewicht zum Erreichen von Lernzielen bekommen. (Aufgabe 7 hatte in der ersten

Befragung keinen Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele zu leisten, während sie in der zweiten Befragung einen sehr hohen Beitrag zum Erreichen wesentlicher Lernziele zugewiesen bekommen hat, vermutlich durch das Merkmal „Aufgabe am Ende des Stoffgebietes: Problemaufgabe – Weiterführung“ ausgelöst.)

Während bei der Versuchsperson 1 im Verlauf der Lehrveranstaltung eine stärkere Ausdifferenzierung und begriffliche Präzisierung der Merkmale festzustellen ist, stellt sich das Bild bei der Versuchsperson 2 ganz anders dar. Auffällig auf den ersten Blick ist bei dieser Versuchsperson, dass sich die Struktur des Liniendiagramms von der ersten Befragung zur zweiten Befragung vereinfacht, im Kontrast zur Versuchsperson 1, bei der sich viele Begrifflichkeiten weiter ausdifferenziert haben. Dennoch ist auch hier ein Lernzuwachs der Versuchsperson durch die Lehrveranstaltung zu beschreiben.

Während im ersten Repertory Grid noch keine ausgeformtere didaktische Hintergrundtheorie zu erkennen ist, wie dies bei Versuchsperson 1 in den Bereichen des Aufgabenformats und der Tätigkeiten der Fall war, lässt das zweite Repertory Grid auf einer allerdings sehr allgemeinen Sprachebene Ansätze zur Ausbildung einer didaktischen Theorie des Sprechens über Aufgaben erkennen.

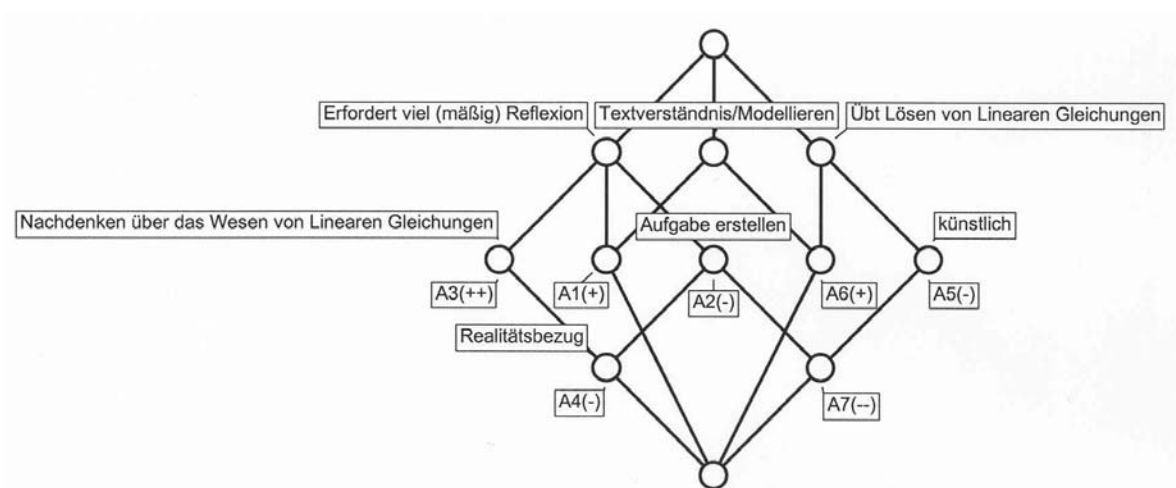


Abb. 7: Liniendiagramm von Versuchsperson 2 in der ersten Befragung

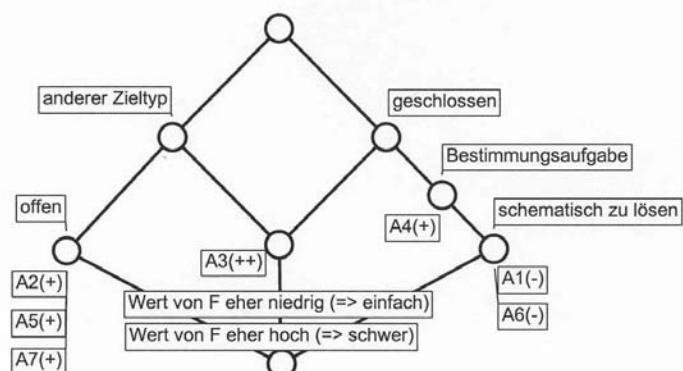


Abb. 8: Liniendiagramm von Versuchsperson 2 in der zweiten Befragung

Merkmalkategorien	Merkmale (Befragung 1)	Merkmale (Befragung 2)
In der Aufgabe angeforderte Tätigkeiten	Textverständnis/Modellieren Aufgabe erstellen Übt Lösen von Linearen Gleichungen Nachdenken über das Wesen von Linearen Gleichungen	schematisch zu lösen
Schwierigkeitsgrad der Aufgabe	erfordert viel (mäßig Reflexion)	Wert von F^1 eher hoch ($\Rightarrow$ schwer) Wert von F eher niedrig ($\Rightarrow$ einfach)
Inhaltsdimensionen der Aufgabe	Realitätsbezug Nachdenken über das Wesen von Linearen Gleichungen	
Format der Aufgabe, Struktur der Aufgabe	künstlich	geschlossen offen Bestimmungsaufgabe anderer Zieltyp
Didaktische Funktion der Aufgabe	Übt Lösen von Linearen Gleichungen	

**Abb. 9: Genannte Merkmale der Versuchsperson 2 -
Gegenüberstellung der beiden Befragungen**

Betrachten wir dazu im Vergleich die Merkmale und ihre Zuordnung zu den Kategorien in Abb. 9:

Auf den Ebenen Schwierigkeitsgrad und Aufgabenformat ist eine Ausdifferenzierung in didaktischem Fachvokabular vorgenommen, die über die phänomenologische Beschreibung der ersten Befragung hinausreicht. Allerdings, und das ist ein Unterschied zu Versuchsperson 1, werden auch ganze Bereiche, die der Person im ersten Zugriff wichtig waren, als Unterscheidungsmerkmale nicht weiter angeführt, es könnte also sein, dass die Lehrveranstaltung hier zumindest intuitiv vorhandene Merkmale zur Unterscheidung von Aufgaben verdrängt hat.

Welche vorsichtigen Rückschlüsse lassen sich auf der Grundlage des von einer Person entfalteten Repertory Grid über ihre persönlichen Konstrukte ziehen? Hinweise darauf gibt die logische Struktur des Liniendiagramms: „Offen“ sind für die Person auf der Grundlage dieses Aufgabenpools immer Aufgaben mit „anderem Zieltyp“, d.h. keine „Bestimmungsaufgaben“.

Es gibt in dem Pool nur eine Aufgabe, die „geschlossen“ und keine „Bestimmungsaufgabe“ ist, das ist die Aufgabe 3. „Schematisch zu lösen“ können nur „Bestimmungsaufgaben“ sein,

¹ F bedeutet Formalisierungsgrad und umfasst insbesondere den Mathematisierungsaufwand, der zur Lösung der Aufgabe zu leisten ist

die stets „geschlossen“ sind. Das Diagramm stellt eine um den Begriff bei „schematisch zu lösen“ erweiterte Intermedialskala dar, bei der die Merkmale „offen“ und „Bestimmungsaufgabe“ sowie „schematisch zu lösen“ die Randpunkte stellen. Das Merkmal „anderer Zieltyp“ liegt zwischen „offen“ und „geschlossen“. Das Merkmal „geschlossen“ liegt zwischen „anderer Zieltyp“ und „Bestimmungsaufgabe“. Eine sogenannte Intermedialskala ist als Struktur interessant, da sie eine logische Abhängigkeit globaler Natur, die des Dazwischenliegens, auf den Merkmalen erkennen lässt.

Die durch die Bewertung der Aufgaben in Bezug auf ihren Beitrag zu wesentlichen Lernzielen angezeigten Präferenzen sind bei Versuchsperson 2 sehr eindeutig. Allerdings ist eine solche Kopplung von Aufgabenbewertung und darüber indirekt vorgenommene Merkmalbewertung zurückhaltend vorzunehmen, da sie nur auf diesem Aufgabenpool basiert. Dennoch kann man auf dieser Datengrundlage sagen, dass Versuchsperson 2 schematisch zu lösende Aufgaben mit nur geringem Beitrag zu wesentlichen Lernzielen bewertet und die Aufgaben anderen Zieltyps als Bestimmungsaufgabe durchweg positiv sieht. Auch in der Bewertung spiegelt sich die intermediale Struktur des Diagramms wider, wo dem mittleren Bereich mit den Merkmalen „anderer Zieltyp“ und „geschlossen“ der höchste Wert beigemessen wird, zu den Rändern hin fällt die Gewichtung ab. Diese Analysen können Ausgangspunkt für ein Gespräch mit den Studierenden über ihren Lernstand sein.

Einer für die Evaluation von Lehrveranstaltungen besonders interessanten Frage, welche Themen von den Lernenden angenommen worden sind und als individuelle Konstrukte auftauchen, soll noch anhand einer weiteren Versuchsperson nachgegangen werden. Daran anschließend soll nach der Adäquatheit der Verwendung persönlicher Konstrukte im Abgleich mit den Lehrveranstaltungsinhalten gefragt werden. Versuchsperson 3 hat in der zweiten Befragung ein Repertory Grid entworfen, das für eine bessere Übersichtlichkeit in zwei Teile zerlegt wurde (vgl. Abb. 10). Im ersten Teil ist der Schwierigkeitsgrad gesondert aufgeführt, im zweiten Teil sind alle anderen genannten Merkmale berücksichtigt.

	Formalisierungsgrad mindestens 1	Formalisierungsgrad mindestens 2	Formalisierungsgrad 3	Bekanntheitsgrad mindestens 1	Bekanntheitsgrad mindestens 2	Bekanntheitsgrad 3	Komplexitätsgrad mindestens 1	Komplexitätsgrad mindestens 2	Komplexitätsgrad 3	Ausführungsgrad mindestens 1	Ausführungsgrad mindestens 2	Ausführungsgrad 3
A1(-)												
A2(+)												
A3(++)												
A4(-)												
A5(-)												
A6(-)												
A7(++)												

	xx-	-x	---	x--	Heuristik erforderlich	Antwort gegeben	Antwort gesucht	Multiple Choice	Transfer wird abverlangt	Realitätsbezug	eindeutig lösbar	mehrdeutig lösbar	Textverständnis	offene Aufgabe
A1(-)														
A2(+)														
A3(++)														
A4(-)														
A5(-)														
A6(-)														
A7(++)														

Abb. 10: Repertory Grid der Versuchsperson 3 in der zweiten Befragung

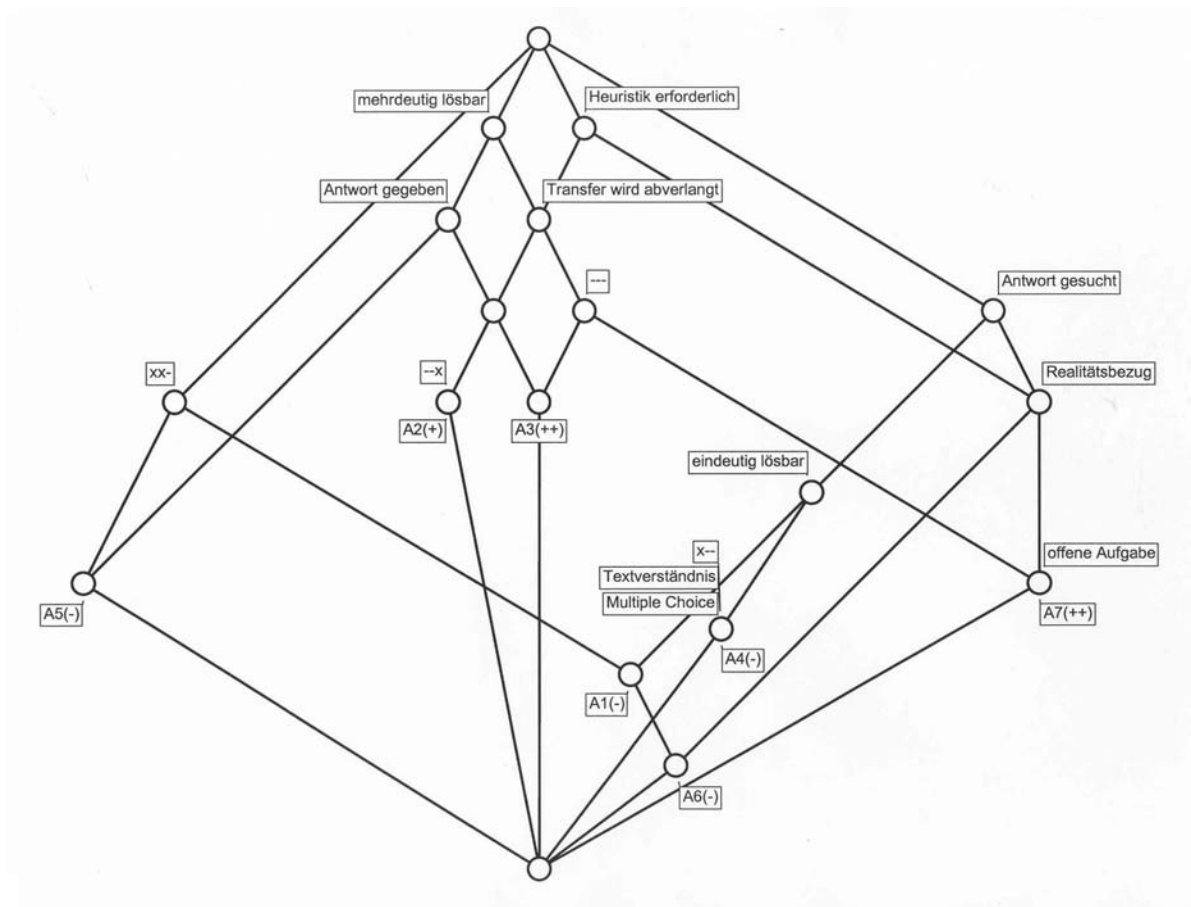


Abb. 11: Liniendiagramm zum Schwierigkeitsgrad von Versuchsperson 3 in der zweiten Befragung

Die zugehörigen Liniendiagramme sind in den Abbildungen 11 und 12 zu sehen.

Bei dieser Versuchsperson lässt sich eine eindeutige Vorliebe für schematische Einstufungen von Aufgaben nach bestimmten Kriterien ausmachen, wie sie sich etwa in der Kategorisierung von Aufgaben nach ihren objektivierten Anforderungsstrukturen über die Termini „Komplexitätsgrad“, „Formalisierungsgrad“, „Ausführungsgrad“ und „Bekanntheitsgrad“ zeigt (s. Abb. 11).

Aber auch die Kategorisierung nach Zieltypen führt die Versuchsperson 3 ansatzweise durch (Merkmale „xx-“, „-x“, „--“, und „x-“). Dabei, und das ist für die Evaluation von Lehrveranstaltungen ebenso wichtig, ist die Person allerdings nicht mit der in der Veranstaltung eingeführten Terminologie in Einklang, da die Aufgabe 5 sowohl das Merkmal „Antwort gegeben“ wie auch das Merkmal „xx-“ hat, für Aufgabe 3 gilt entsprechendes.

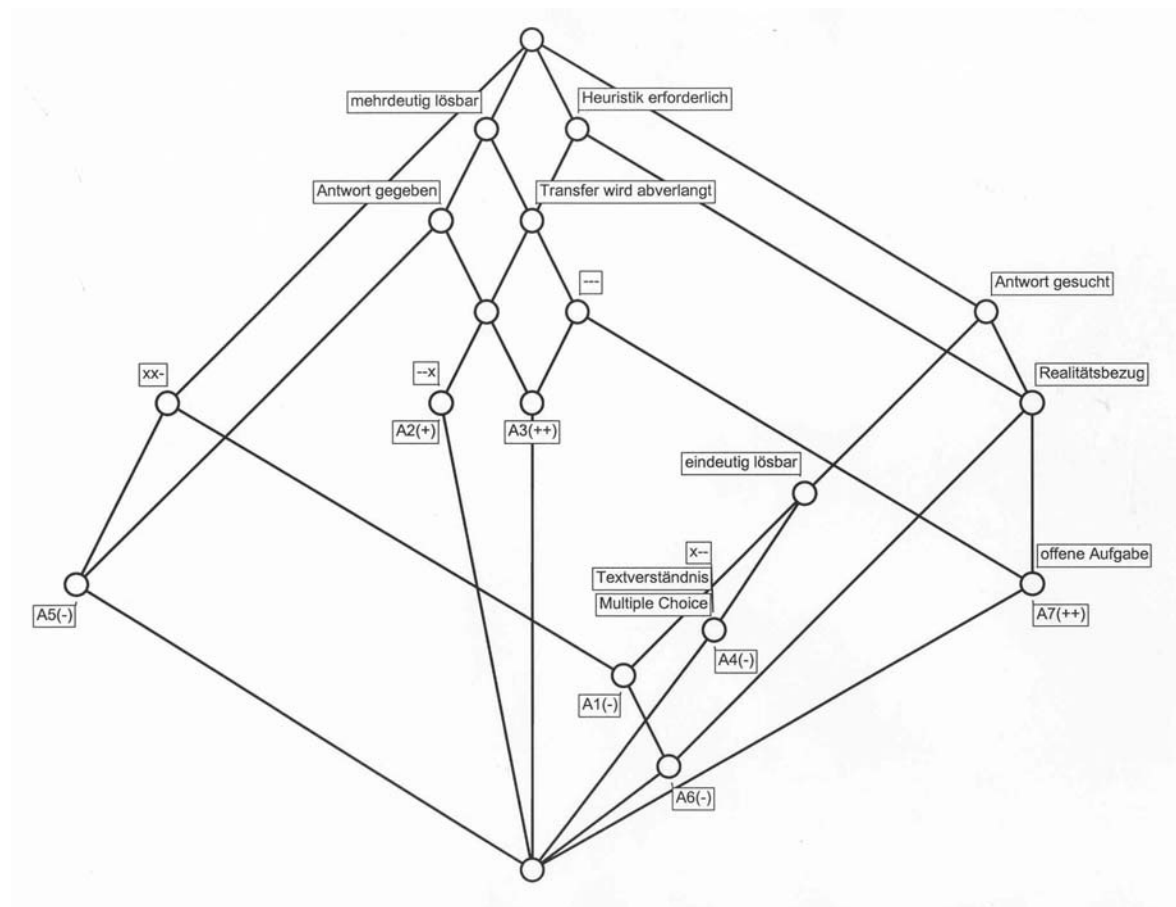


Abb. 12: Zweiter Teil des Liniendiagramms von Versuchsperson 3 in der zweiten Befragung

Zusammenfassung

An den Beispielen ist deutlich geworden, dass sich die hier vorgestellte Methode eignet, um den Lernzuwachs einer einzelnen Person zu dokumentieren und um auch die Unterschiede zwischen den befragten Personen innerhalb einer Lehrveranstaltung herauszuarbeiten. Wie unterschiedlich sich die einzelnen Teilnehmerinnen und Teilnehmer in der selben Veranstaltung entwickeln und wie sie die ihnen angebotenen Veranstaltungsinhalte in ihre subjektiven Theorien einbauen, ist nur durch ein freies Instrument herauszufragen. Dafür ist es wichtig, keine Sprache vorzugeben, sondern die Befragten selbst zur Sprache kommen zu lassen. Die hier vorgeschlagene Normierung durch das Untersuchungsdesign Repertory Grid zu Aufgaben ermöglicht es, neben der freien Sprache dennoch die persönlichen Konstrukte unterschiedlicher Versuchspersonen vergleichen zu können. Dies überzeugt uns davon, die Methode sowohl zur gezielten Evaluation von Veranstaltungsinhalten einsetzen zu können, wie auch zur individuellen Beratung der Lernenden in Bezug auf ihre Entwicklungsfortschritte und -perspektiven.

3. Ausblick

Nach dem derzeitigen Design zielt unsere Untersuchung auf die Evaluation von Lehrveranstaltungen und Lerneffekten ab, sie ist aber auch für die Erfassung subjektiver Theorien allgemein geeignet. Das Design, über Aufgaben die Sprache der (zukünftigen) Lehrerinnen und Lehrer und damit Bereiche ihres Denkens über Mathematikunterricht zu erfassen, hat sich bewährt, auch wenn es sich dabei nur um einen Ausschnitt aus der Vielfalt von Unterrichtssituationen und -parametern handelt.

Weitere bisher angedachte Einsatzfelder von Repertory Grids sind Lehrveranstaltungsevaluationen zu anderen fachdidaktischen Themen. Es ist vorstellbar, dass anstelle der Aufgaben wie in unserem Modell Situationsschilderungen von Unterricht zum Vergleich vorgestellt werden. Auf diese Weise könnten Vorstellungen bzw. die individuellen Sprachebenen über Unterrichtsgestaltung differenziert erfasst werden. Damit könnte über die bei Tietze 2002 vorgestellten Untersuchungen deutlich hinausgegangen werden.

Zur Zeit wird die hier vorgestellte Repertory Grid-Technik im Rahmen eines von der DFG im Schwerpunktprogramm „Bildungsqualität Schule“ geförderten Forschungsprojektes zur Förderung von Problemlösen und Selbstregulation (Bruder/Schmitz) angewendet, um bestimmte Lerneffekte der zu diesem Themenfeld entwickelten Lehrerfortbildungsprogramme bei den Versuchslehrer/innen zu beschreiben.

4. Anhang I: Beschreibung der Lehrveranstaltung

„Lernleistungsdiagnostik für Mathematik“

Anhang II: Fragebogen im Original

Literatur:

- Baumert, J./ Lehmann, R./ Lehrke, M./ Schmitz, B./ Clausen, M./ Hosenfeld, I./ Köller, O./ Neubrand, J. (1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske + Buderich.
- Baumert, J./ Klieme, E./ Neubrand, J./ Prenzel, M./ Schiefele, U./ Schneider, W./ Stanat, P./ Tillmann, K.-J./ Weiß, M. (2001). PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Buderich.
- Bruder, Regina (1988): Grundfragen mathematikmethodischer Theoriebildung unter besonderer Berücksichtigung des Arbeitens mit Aufgaben. Potsdam, Diss.B
- Bruder, Regina (2000a): Eine akzentuierte Aufgabenauswahl und Vermitteln heuristischer Erfahrung - Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle.-In: Flade/Herget (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS - Anregungen für die Sekundarstufen.- Volk und Wissen 2000, S.69f.
- Bruder, Regina (2000b): Mit Aufgaben arbeiten. Ein ganzheitliches Konzept für eine andere Aufgabenkultur. In: mathematik lehren 101, S.12-17
- Fransella, Fay / Bannister, Don A. (1977): A manual for repertory grid technique, Academic Press, London.

- Fischler, Helmut (1996): Das Atommodell im Unterricht. Lernschwierigkeiten oder Lehrerprobleme?, in: Duit, Reinders / von Rhöneck, Christoph (Hrsg.): Lernen in den Naturwissenschaften, Institut für Pädagogik der Naturwissenschaften an der Universität Kiel, S. 356-382.
- Fischler, Helmut (2001): Verfahren zur Erfassung von Lehrer-Vorstellungen zum Lehren und Lernen in den Naturwissenschaften, in: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 7, S. 105-120
- Ganter, Bernhard / Wille, Rudolf (1996): Formale Begriffsanalyse: Mathematische Grundlagen, Springer, Berlin-Heidelberg.
- Grigutsch, Stefan / Raatz, Ulrich / Törner, Günter (1998): Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern, in: JMD 19(1), S. 3-45.
- Hiskonen, Kirst (1999): A good pupil's beliefs about mathematics learning assessed by repertory grid methodology, in: Zaslavsky, Orit (Hrsg.): Proceedings of the 23. Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-23) Vol. 3., S. 97-104
- Kelle, Ulrich (1994): Empirisch begründete Theoriebildung: zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung, Weinheim 1994.
- Kelly, George A. (1955): The psychology of personal constructs. Norton, New York (Neuaufgabe 1991, deutsch 1986).
- Kromrey, Helmut (1990): Empirische Sozialforschung: Modelle und Methoden der Datenerhebung und Datenauswertung, Leske und Budrich, Opladen.
- Kromrey, Helmut (2000): Qualität und Evaluation im System Hochschule. In: Stockmann, R. (Hrsg.): Evaluationsforschung. Grundlagen und ausgewählte Forschungsfelder. Opladen, S.242
- Lenné, H.(1969): Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland.- Stuttgart
- Lompscher, Joachim u.a. (1985): Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit.- Berlin
- McQualter, J.W. (1986). Becoming a mathematics teacher: the use of personal construct theory, in: Educational Studies in Mathematics 17(1), S. 1-14.
- Scheer, Jörn W. (1992): Psychologie der persönlichen Konstrukte und Repertory Grid-Technik. Ein idiographischer Ansatz in klinischer und medizinischer Psychologie, in: L. R. Schmidt (Hrsg.): Psychologische Aspekte medizinischer Maßnahmen. Jahrbuch der medizinischen Psychologie, Band 7, Springer, Berlin u.a., S. 273-290.
- Spangenberg, Norbert (1990): Familienkonflikte eßgestörter Patientinnen: Eine empirische Untersuchung mit Hilfe der Repertory Grid-Technik, Habilitationsschrift zur Erlangung der Venia legendi des Fachbereichs Humanmedizin der Justus-Liebig-Universität Gießen.
- Spangenberg, Norbert / Wolff, Karl-Erich (1988): Conceptual grid evaluation, in: Bock, Hans H. (Hrsg.): Classification and related methods of data analysis, Elsevier Science Publication, Amsterdam, S. 577-589.
- Tietze, Uwe-Peter (Hrsg.)(2002):Unterrichtsbezogene Vorstellungen von Mathematiklehrern. Der Mathematikunterricht 48(4-5).
- Törner, Günther / Pehkonen, Erkki (1996): Literature on mathematical beliefs, Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, Universität Duisburg, Nr. 341.
- Williams, Steven R. / Pack, Miriam (1997): Teachers' beliefs about mathematics as assessed with repertory grid methodology, in: Dossey, John A. / Swafford, Jane O. u.a. (Hrsg.): Proceedings of the nineteenth annual meeting: Psychology of mathematics education (PME-NA XIX). Vol. 2. Discussion groups, research papers, short oral reports, and poster presentations, ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education 1997, S. 453-458.
- Wygotski, L.S. (1964): Denken und Sprechen. Berlin

4.1. Anhang 1

Anhang I: Beschreibung der Lehrveranstaltung „Lernleistungsdiagnostik für Mathematik“

Lehrveranstaltungsankündigung im Vorlesungsverzeichnis für SS 2002:

Seit der TIMS-Studie und jetzt PISA sind Fragen der Messbarkeit und Vergleichbarkeit von Lernleistungen und nach Kriterien für das Erfüllen allgemeiner Ziele des Mathematikunterrichts wieder oder überhaupt verstärkt im Gespräch.

In der Veranstaltung werden nach einer Zieldiskussion Grundlagen aus verschiedenen Wissenschaftsgebieten für eine vielseitige zieladäquate und ganzheitlich orientierte Lernleistungsdiagnostik speziell für das Lernen von Mathematik bereit gestellt. Das schließt neben einer Analyse von Rechenstörungen auch Fragen der Erkennung mathematischer Begabungen ein.

Ein wesentliches Anliegen des didaktischen Konzeptes einer prozessbegleitenden Leistungsdiagnostik ist die Stärkung der Selbsteinschätzungs- und Reflexionsfähigkeit der Schüler/innen im Mathematikunterricht. In den Übungen werden u.a. vorliegende Testmaterialien bearbeitet, analysiert und selbständig neu erstellt. Insbesondere geht es auch um die Aufgabenkonstruktion für Vergleichsarbeiten bzw. Prüfungen in den Abschlussklassen und um mündliche Lernkontrollen.

Zu den Inhalten:

Lernziele im Mathematikunterricht

Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts unter dem Aspekt der Erfolgskontrolle, Leistungsvergleiche in der Diskussion: TIMSS, PISA, MARKUS, 8.Klasse-Wettbewerb in Hessen, Ziele von Vergleichsarbeiten

Instrumente zur Analyse von Lernleistungen in Mathematik

Aufgabentheorie, Typisierungen von Lernanforderungen, Schwierigkeitsgrad

Beurteilung und Bewertung von Lernleistungen in Mathematik

Wo kommen im Unterricht Bewertungssituationen vor? – Methoden und Organisationsformen zur Leistungsdiagnostik für Mathematik, Schülerfehler und der Umgang mit ihnen, Lerntypen, Rechenschwäche, Mathematische Begabungen erkennen und fördern, Punktbewertung von Tests, Leistungsdiagnostik in mündlichen und schriftlichen Testsituationen, Simulation von Prüfungssituationen, Testalternativen: Portfoliotechnik

Organisationsform:

Die Veranstaltung wurde als Projektseminar vierstündig angeboten.

4.2. Anhang 1I

Fragebogen für Lehramtsstudierende im Fach Mathematik

Veranstaltung „Lernleistungsdiagnostik“

Prof. Dr. R. Bruder

Sommersemester 2002

2.5.02

Bitte tragen Sie als Identifikationscode die Initialen Ihrer Mutter und Ihre Hausnummer in das nebenstehende Feld ein.

Teil I: Persönlichkeitsmerkmale

1. Ich studiere Lehramt im Semester für

☐ berufliche Schulen

☐ Gymnasien

2. Meine Studienfächer sind

3. Ich habe schon Erfahrung im Unterrichten von Mathematik in der Schule gesammelt.

☐ ja

☐ nein

Falls ja, wo und in welchem Rahmen.....

4. Ich bin ☐ männlich

☐ weiblich

Teil II: Einschätzen von Aufgaben im Mathematikunterricht

Bitte schauen Sie sich die folgenden Aufgaben zunächst sorgfältig an.

1. Notieren Sie auf einer Skala von 1 bis 4 neben den Aufgaben, wie hoch Sie den Beitrag der Aufgabe zu wesentlichen Lernzielen des Themengebietes lineare Gleichungen (Klasse 8) im Mathematikunterricht einschätzen.

1: kein Beitrag

2: geringer Beitrag

3: hoher Beitrag

4: sehr hoher Beitrag

- ☐ 1. Löse die folgenden Gleichungen und mache eine Probe. X ist die Lösungsvariable.
 $18x-25-11x+49=3$ $3x + 12a = 0$
 $3,7x+0,8=6,1-5,3x+0,7$ $5(x-a)=0$
- ☐ 2. Finde eine lineare Gleichung, die -5 als Lösung hat.
- ☐ 3. Gibt es lineare Gleichungen, die mehrere Lösungen haben und lineare Gleichungen, die gar keine Lösung haben?
- ☐ 4. Christian hat versucht, drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen zu finden, deren Summe 81 ist. Er hat folgende Gleichung aufgeschrieben: $(n-1) + n + (n+1) = 81$.
Wofür steht das n ?
A. Für die kleinste der drei natürlichen Zahlen.
B. Für die mittlere der drei natürlichen Zahlen.
C. Für die größte der drei natürlichen Zahlen.
D. Für die Differenz zwischen der kleinsten und der größten der drei natürlichen Zahlen.
- ☐ 5. Schreibe einen Aufgabentext, der auf folgende Gleichung führt: $3(0,5x-7)=5-1,5x$
- ☐ 6. In zwei Kisten befinden sich 54kg Äpfel. Die zweite Kiste wiegt 12kg mehr als die erste Kiste. Wie viele kg Äpfel sind in jeder Kiste?
- ☐ 7. Nenne Anwendungsbeispiele, für die das Aufstellen und Lösen einer linearen Gleichung hilfreich sein kann! Oder: Wo benötigt man lineare Gleichungen?
2. Ihnen werden nun nacheinander aus diesem Aufgabenpool von Interviewer unterschiedliche Aufgabenpaare vorgelegt. Zu jedem Aufgabenpaar bitten wir Sie, mindestens ein Gegensatzpaar von Merkmalen anzugeben, das die beiden Aufgaben voneinander trennt (z.B. Aufgabentext in Englisch oder Aufgabentext in Deutsch).
3. Wir bitten Sie nun, alle sieben Aufgaben bezüglich der von Ihnen angegebenen Merkmale einzuschätzen. Machen Sie dafür bitte aus jedem Merkmalspaar zwei Merkmale und tragen Sie diese in die Spalten der folgenden Tabelle ein:

1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														

In den Zellen der Tabelle notieren Sie bitte in die Zellen die Ausprägungen „ja“ (das Merkmal trifft für die Aufgabe zu) oder „nein“ (das Merkmal trifft für die Aufgabe nicht zu).

4. Sind die aus Ihrer Sicht grundsätzlich wichtigen Kategorien für die Einschätzung von Aufgaben bereits mit Ihrem Merkmalsspektrum erfasst? Falls nein, ergänzen Sie die Tabelle um weitere Merkmale und schätzen sie die sieben Aufgaben ebenfalls nach diesen Merkmalen ein.
5. Möchten Sie noch etwas zu Teil II des Fragebogens kommentieren? Hier ist Platz dafür.

Teil III: Ziele meines Mathematikunterrichts

Bringen Sie bitte die folgenden mit Mathematikunterricht verbundenen Zielvorstellungen in eine Reihenfolge, die die Wichtigkeit dieser Ziele in Ihrem Unterricht wiedergibt.

1: Dieses Ziel ist mir am wenigsten wichtig

...

4: Dieses Ziel ist mir am wichtigsten

kein Eintrag: Dieses Ziel verfolge ich nicht mit meinem Mathematikunterricht

☐ Im Mathematikunterricht soll exemplarisch erlernt werden, die Mathematik in außermathematischen Bereichen anzuwenden, und so ihre Nützlichkeit erfahren werden.

☐ Im Mathematikunterricht soll erfahren werden, wie Mathematik unsere technisierte Welt mit gestaltet.

☐ Im Mathematikunterricht soll Mathematik als kulturelles Produkt erlebt werden, das von Menschen gemacht und geschichtlich gewachsen ist.

☐ Im Mathematikunterricht sollen Rechnen und Darstellen als Kulturtechniken erlernt werden.

☐ Im Mathematikunterricht soll die Mathematik als abgesichertes Theoriegebäude erfahren werden.

☐ Im Mathematikunterricht soll Mathematik als eine Art des Denkens kennengelernt werden, die auch zum Lösen von Problemen verwendet werden kann.

Haben Sie noch Kommentare zum Fragebogen?

Wir danken Ihnen herzlich für Ihre Mitarbeit!
