Vielfalt als Chance – auch im Mathematikunterricht

Susanne Prediger

(Artikel in gekürzter Fassung erschienen unter Susanne Prediger: „Darf man das denn so rechnen?“ Vielfalt im Mathematikunterricht, in: Friedrich Jahresheft XXII: Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken, 2004, S. 86-89.)

Gliederung:

1. Kompetenzen der Lernenden können sich ergänzen
2. Unterschiedliche Kenntnisse ermöglichen voneinander lernen
3. Vielfalt kann den eigenen Weg relativieren
4. Inhaltliche Vielfalt als Bestandteil der Unterrichtskultur
5. Oft ist Vielfalt das Lernziel

Fazit: Der kompetenzorientierte Blick auf Heterogenität

Wer kennt das nicht? Während die einen noch nicht einmal ihre Stifte ausgepackt haben, haben die anderen die gestellten Aufgaben bereits gelöst und fragen nach weiteren Herausforderungen. Während die einen ein neues mathematisches Problem sofort mit großer Kreativität und mit Spaß lösen, sind andere blockiert und trauen sich nichts zu.

Die Unterschiedlichkeit der Lernenden stellt uns im Unterricht immer wieder vor große Herausforderungen. Vieles kann aufgefangen werden durch Lernarrangements, die nicht darauf setzen, alle Lernenden kleinschrittig im Gleichtakt durch die Inhalte zu lotsen, sondern Raum lassen für unterschiedliches Tempo und individuelle Lernwege (Krippner 1992, Sylvester 1998, Ahlring 2002 u.v.m.). Doch sollte man sich nicht der Illusion hingeben, dass nicht auch ein solcher Unterricht seine Grenzen hat: Wo z.B. die Defizite einzelner Lernender so groß sind, dass ein Voranschreiten im Stoff für sie nur noch schwer möglich ist, können Öffnungen allein nicht mehr helfen.

Dennoch lohnt es sich, das Phänomen der Unterschiedlichkeit auch einmal von der anderen Seite zu betrachten: Die Heterogenität der Lernenden ist für den Unterricht nicht nur eine Schwierigkeit, mit der es umzugehen gilt, sondern in vielerlei Hinsicht auch eine Chance, von der man durch entsprechende Einbindung profitieren kann. Wenn hier für einen solchen Perspektivwechsel geworben werden soll, dann nicht zuletzt aus der Erfahrung heraus, dass in einem Unterricht, in dem es gelingt, die positiv erwachsenden Chancen der Vielfalt besser zu nutzen, sozusagen als Nebenprodukt oft auch Ansätze abfallen, mit den herausfordernden Aspekten der Heterogenität umzugehen. Vereinfacht gesagt: Wo Raum ist für unterschiedliche Zugänge und Ideen, ist oft auch mehr Raum für unterschiedliche Schwierigkeiten und ihre Bearbeitung.

Wo also stecken in der Heterogenität für Mathematiklernen Chancen? Heterogen ist die Schülerschaft ja nicht nur in ihrem Arbeitstempo und in ihrem Leistungsstand, sondern in vielerlei Hinsicht, z.B. ihrem Erfahrungshintergrund, ihrer Motivation, ihren Arbeitstechniken usw. Wie diese in verschiedenen Facetten zusammengebracht werden können, soll im Folgenden beispielhaften an sieben Szenen aus dem Schulalltag illustriert werden.

1. Kompetenzen der Lernenden können sich ergänzen

> Szene 1: Projektarbeit in Klasse 10: Während sich Anna und Ersin (Namen überall geändert) noch die Köpfe heiß diskutieren, ob ihr mathematisches Modell für das Bevölkerungswachstum wirklich gelungen ist, schaut Stefanie auf die Uhr: „Hey, hört mal auf jetzt, wir hatten uns für heute doch noch viel mehr vorgenommen, wenn wir das nicht durchziehen, werden wir nicht fertig." Ersin grinst, „Das sagst Du ja nur, weil Dich unsere Diskussion langweilt, oder?" Doch Anna erkennt die Situation: „Na ja, vielleicht ganz gut, so. Wenn wir Stefanie nicht hätten, wären wir immer noch beim ersten Arbeitsauftrag, der war ja auch schon so vertrackt..."

Zwar sind in dieser Gruppe Anna und Ersin die inhaltlich Impulsgebenden und Denkenden, doch erkennt Anna genau, wie wichtig Stefanies distanzierter Blick für die Strukturierung ihrer Gruppenarbeit ist. Hier kann die mathematisch eher schwache Mitschülerin eine Kompetenz einbringen, die für das Gelingen des Projekts ebenso wichtig ist wie die mathematischen Kompetenzen.

Auch in anderen Unterrichtsphasen können sich die Kompetenzen von zusammenarbeitenden Schülerinnen und Schülern zuweilen gewinnbringend ergänzen. Wer kennt sie nicht, die Pärchen, in denen der eine der Schnelldenker ist, die andere die Gründlichdenkerin, die zwar etwas länger braucht, um die Ideen nachzuvollziehen, dafür aber auch die Lücken bemerkt? Zwar sollten im Ideal langfristig alle Lernenden in einer Gruppenarbeit jede Rolle einnehmen können, doch gehört zur Teamfähigkeit auch die Fähigkeit zu einer an den individuellen Kompetenzen orientierten Arbeitsteilung.

2. Unterschiedliche Kenntnisse ermöglichen voneinander lernen

> Szene 2: In der altersgemischte Schuleingangsphase bearbeiten die Kinder im Freiarbeitsunterricht Karteikarten, auf denen sie sukzessive ihre Fähigkeiten im Rechnen erweitern. Diejenigen, die eine Karte als letzte bearbeitet haben und sich mit dem Thema sicher fühlen, tragen sich hinten auf der Karte als die aktuellen Expertinnen oder Experten ein, die bei Fragen zur Verfügung stehen. Sie profitieren von den Gelegenheiten, ihre Kenntnisse wiederholend zu verbalisieren ebenso wie diejenigen, die bei Bedarf bei ihnen nachfragen.

Gerade in altersgemischten Gruppen ergeben sich zahlreiche Gelegenheiten, in einem solchen Sinne voneinander zu lernen, und zwar nicht nur inhaltlich, sondern auch in Fragen der Lernorganisation und vielem anderen. So können fachliches Lernen und soziales Lernen ineinander greifen (vgl. Brügelmann 2001).

Auch in Gruppen ohne Altersmischung lassen sich Lernsituationen herstellen, in denen Schülerinnen und Schüler sich gegenseitig etwas erklären und selbst in die Rolle der Lehrkraft schlüpfen können. Damit dies nicht immer dieselben trifft, installiert z.B. Kottisch (2002) in einem Gruppenpuzzle ein „Meister-Gesellen-System":

> Szene 3: Bei der eigenständigen Erarbeitung eines mathematischen Themenfeldes bearbeiten die Lernenden in Kleingruppen zunächst arbeitsteilig Übungsaufgaben zu voneinander unabhängigen (und unterschiedlich komplexen) Teilgebieten. Damit wird jede Kleingruppe zu Expertinnen und Experten für ein Themengebiet (z.B. Addition ungleichnamiger Brüche, Subtraktion gemischter Brüche usw.), was sie durch die „Meisterprüfung" nachweisen und per Zertifikat bestätigt bekommen. Als Meister formuliert die Gruppe Prüfungsfragen für die zukünftige Gesellenprüfung, auf die sich in der nächsten Runde alle in allen Themen vorbereiten. Dabei hat jede Gruppe, auch die Schwächeren, Erklärungs- und Prüfungsverantwortung für ein Teilgebiet und arbeitet gleichzeitig die anderen Teilgebiete auf.
>
> So beginnt der Unterricht mit dem Bearbeiten niveaudifferenzierter Aufgaben in homogenen Kleingruppen und endet mit „Lernen durch Lehren" im Kleinen. Die Zertifikate von Meister- und Gesellenbrief geben diesem Gruppenpuzzle einen klaren Rahmen. (Kottisch 2002)

3. Vielfalt kann den eigenen Weg relativieren

Szene 4: Andreas schaut Paolo, der erst kürzlich aus Spanien nach Deutschland gekommen ist, beim schriftlichen Dividieren über die Schulter:

A: Paolo, wie rechnest Du denn? Kommt da trotzdem das richtige raus?
P: Wieso, wie rechnest Du denn?
A: Aber darf man das denn so?
P: So hab ich das gelernt!
A: Und das klappt immer?
P: Wieso nicht?
A: Zeig mal her ..... (nach einer längeren Prüfung)
Du kürzst ab! Aber stimmt, man kann es auch so schreiben. Hauptsache, die Zahlen stehen ordentlich untereinander.

Andreas:

7860 : 38 = 206
76
260
228
32

Paolo:

7860 | 38
0260 206
032

Aus der Literatur zur Mathematik mit Migrantenkindern wissen wir, welch unterschiedliche Notationen zu schriftlichen Rechenverfahren in den einzelnen Ländern unterrichtet werden (z.B. Lörcher 2000. Zu den darin steckenden Chancen für interkulturelles Lernen siehe Prediger/Schroeder 2003). Was sich im Unterricht oft als Problem erweist, wenn Lehrkräfte darauf nicht eingestellt sind, zeigt sich in dieser Szene als interessante Bildungschance, weil Andreas durch die Konfrontation mit anderen möglichen Notationen begreift, was von dem Rechenverfahren tatsächlich wichtig ist (nämlich die Ausnutzung des Stellenwertsystems), und was nur Konvention, die auch anders sein könnte (die konkrete Schreibweise des Algorithmus und der Rechenzeichen).

Unterschiedliche Herangehensweisen wie hier bei den Notationsverfahren produzieren Kinder nicht nur aufgrund unterschiedlicher Bildungsbiographien, sondern immer wieder auch aufgrund ihrer individuellen Denkweisen. Dies kann sich auf Rechenstrategien ebenso beziehen (zahlreiche Beispiele in dem lesenswerten Buch Selter/Spiegel 1997) wie auf vieles anderes. Im Unterricht explizit verschiedene Herangehensweisen gegenüberzustellen, ermöglicht den Lernenden, ihre eigenen Wege zu relativieren. Dies kann auch bei Fragen wie „Was gefällt mir an Mathematik, was nicht?“ oder „Was mache ich, wenn ich eine Aufgabe nicht sofort lösen kann?“ eine aufschlussreiche Perspektiverweiterung mit sich bringen.

Das Gegenüberstellen unterschiedlicher Varianten kann aber auch Ausgangspunkt für weiteres Lernen sein, das über das reine Wahrnehmen von Alternativen hinausgeht:

4. Inhaltliche Vielfalt als Bestandteil der Unterrichtskultur

Szene 5: Die Geometriestunde der 8. Klasse beginnt mit der Wiederholung dreier Methoden: Der Arbeitsauftrag: „Bestimme den Winkel (in Abb. 1) mit einer von den drei Problemlösemethoden, die kürzlich behandelt wurden."

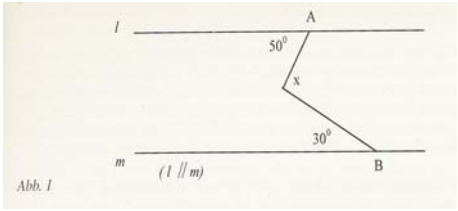


Abb. 1

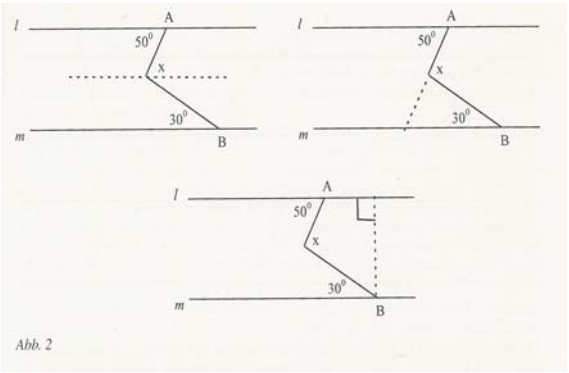


Abb. 2

1. parallele Linien zeichnen,
2. Dreiecke konstruieren,
3. Vierecke konstruieren."

Die Stunde wird fortgesetzt mit der Aufforderung, nun selbst Probleme von diesem Typ zu entwerfen. Die dabei entstandenen Aufgaben, bei denen der gesuchte Winkel mit x bezeichnet ist (Abb 3.), werden dann von allen Schülerinnen und Schülern bearbeitet.

(nach Neubrand/Neubrand 1999)

Die von den Schülerinnen und Schülern verwendeten Lösungswege werden an der Tafel dargestellt (Abb. 2).

Dass die drei Lösungsmethoden das Einzeichnen unterschiedlicher Hilfslinien erfordern, wird nach der Präsentationsphase explizit durch Tafelanschrieb festgehalten:

„Um den Winkel zwischen parallelen Linien zu finden, muss man Hilfslinien einziehen, und es gibt drei Wege, dies zu tun:

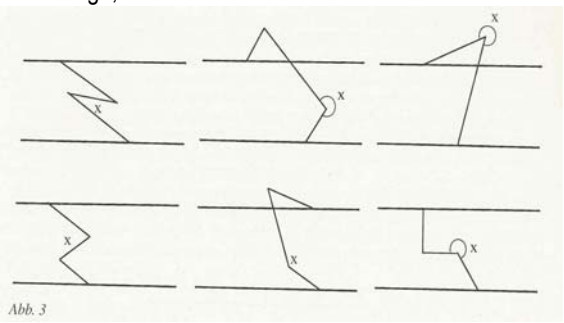


Abb. 3

Diese im Rahmen der TIMSS-Videostudie protokollierte japanische Mathematikstunde arbeitet nach dem sogenannten „Open Ended Approach", in dem durch offene Aufgabenstellungen („Erfindet selbst ähnliche Aufgaben.") inhaltliche Vielfalt explizit herausgefordert wird. Im ersten Teil der Beispielstunde dient die Zusammenstellung verschiedener möglicher Hilfslinien für die Figur dazu, die immer gleiche geometrische Situation in verschiedenen innermathematischen Kontexten zu betrachten: denen der Winkelsätze an Parallelen, Dreiecken und Vierecken (vgl. Neubrand/Neubrand 1999 für eine ausführliche Analyse).

Damit werden unterschiedliche Lösungswege nicht nur geduldet, sondern konstruktiv genutzt als Plattform für die Entwicklung eines reflektierten und flexiblen Umgangs mit mathematischen Inhalten. Die selbständige Entwicklung ähnlicher Aufgaben ermöglicht ein weiteres Durcharbeiten des bekannten Stoffes „Winkelsätze" unter der neuen, zusammenschauenden Perspektive, und bietet eine selbstwirksame Differenzierung, indem die Lernenden Aufgaben auf unterschiedlichem Niveaus stellen und lösen.

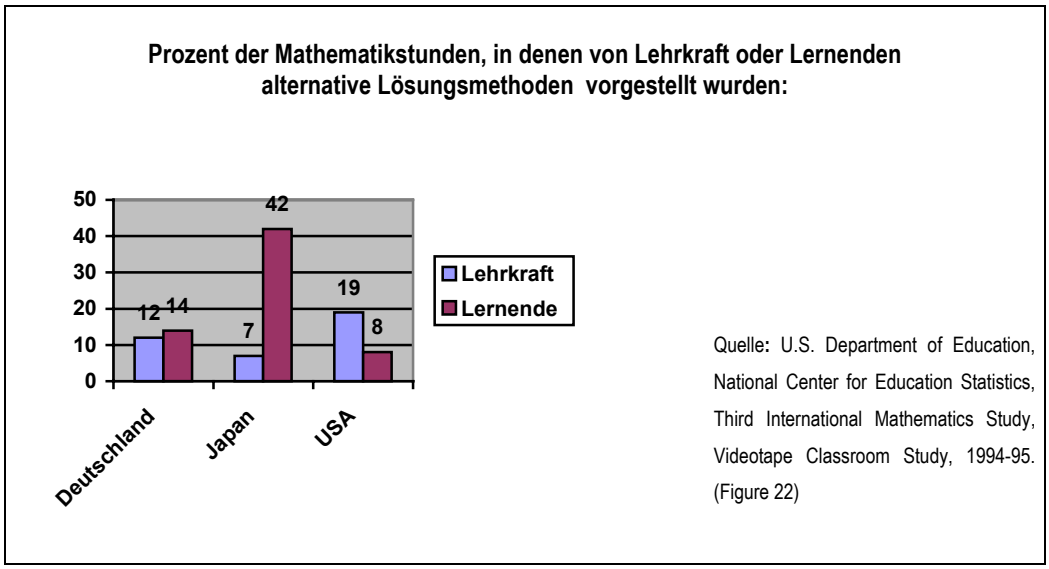


Abb. 4: Umgang mit vielfältigen Lösungen in Deutschland, Japan und Amerika – ein Vergleich

Zwar lassen sich japanische Stunden nicht unmittelbar nach Deutschland übertragen, doch auch hierzulande ist die Idee längst nicht mehr unbekannt, inhaltliche Vielfalt zu kultivieren als Ausgangspunkt für weitere Überlegungen. So kann zum Beispiel in Klasse 9/10 die Gegenüberstellung von algebraischen und geometrischen Lösungen des gleichen Problems als Vorerfahrung dienen für die zentrale Idee der Analytischen Geometrie, dass jedes geometrische Problem in ein algebraisches übersetzt werden kann und umgekehrt.

Wo inhaltliche Vielfalt die fachlichen Inhalte beziehungsreicher und ihren Einsatz flexibler macht, bedeutet das allerdings immer auch eine zusätzliche Zumutung an unsere Schülerinnen und Schüler, die sorgfältig abgewogen werden muss. Denn was an zusätzlicher Beziehungshaltigkeit durch alternative Wege eine interessante zusätzliche Bildungschance darstellt, kann andererseits auch diejenigen verunsichern, die froh wären, wenigstens einen Weg zu finden und sicher zu beherrschen. Deshalb bietet es sich an, mit der konstruktiven Nutzung inhaltlicher Vielfalt vorrangig in den Themengebieten zu beginnen, in denen wir aus fachlichen Gründen sowieso zwingend eine flexible Sicht anstreben müssen. Dazu zwei Beispiele:

5. Oft ist Vielfalt das Lernziel

Szene 6: Einstieg in die Bruchrechung. Die Kinder sitzen in Viergruppen an ihren Tischen., Jede Gruppe bekommt drei Lakritzschnecken. ‚Teilt Euch die.' Ohne Zögern haben die Schüler einer Tischgruppe die drei Schnecken aufeinandergelegt. Zwei kräftige Schnitte mit dem Messer und das Problem ist gelöst. Jeder nimmt sich einen Stapel. ‚Wie viele hast Du denn bekommen?' ‚Drei Viertel.' (vgl. Abb.5)

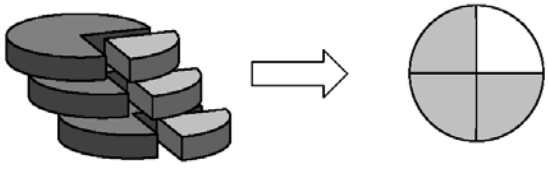


Abb. 5

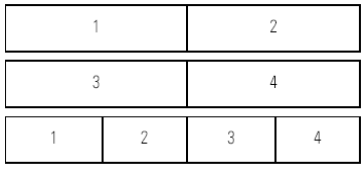


Abb. 6a

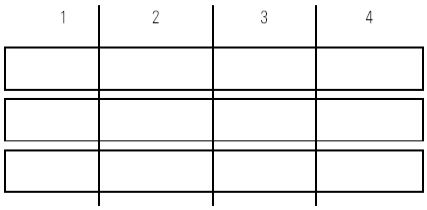


Abb. 6b

In anderen Gruppen nehmen sie es genauer. ‚Bei Schnecken steht doch am Ende ein Stück ab. Das kann man nicht gerecht teilen.' Also abrollen und die Schnüre verteilen. Matthias zeichnet aus freier Hand drei Lakritzschnüre und unterteilt sie wie in Abb. 6a. Heiko zeichnet mit dem Lineal 10 cm lange Streifen und unterteilt sie bei 2,5 cm, 5 cm und 7,5 cm (vgl. Abb. 6b.)

Anna teilt die drei Lakritzschnüre erst mal längs der Mittellinie durch, bevor sie sie in der anderen Richtung halbiert. Die endgültige Lösung skizziert sie so wie in Abb. 7.

(nach Kurth 1995, S. 47f)

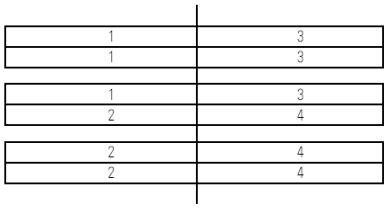


Abb. 7

Ausgehend vom selben Gegenstand haben die unterschiedlichen Tischgruppen hier mit den verschiedenen Lösungen auch die drei wesentlichen Darstellungsmittel für Anteile selbständig aktiviert: die Lakritzschnecke als Kreis, als Rechteck (zweidimensionale Darstellung) und als Streifen (eindimensionale Darstellung). Angestoßen durch das reichhaltige Material Lakritzschnecken und ihrem sehr unterschiedlichen Drang nach Genauigkeit haben die Kinder somit gleich zu Beginn der Unterrichtseinheit über Brüche die Vielfalt von Repräsentationen offengelegt, die für die Veranschaulichung der Operationen mit Brüchen im Laufe der Zeit gebraucht werden (weil z.B. die Multiplikation von Brüchen in rechteckigen Darstellungen einfacher dargestellt werden kann als in Kreisdiagrammen). Gleichzeitig erleben die Lernenden, dass drei Viertel ganz unterschiedlich aussehen können, was eine erste Vorerfahrung für das später zu behandelnde Phänomen „Gleichwertigkeit von Brüchen" bietet (dieses und andere Beispiele sind gut beschrieben in dem Handbuch MatheMix von Kraatz u.a. 1996).

Prototypisch überzeichnet gibt es zwei Wege für die Lehrkraft, mit dieser Situation umzugehen: Erschrocken über die Breite, in der die Bearbeitung des Arbeitsauftrages auseinandergelaufen ist, versucht sie nun, das für diesen Unterrichtsschritt eigentlich angesagte Darstellungsmittel herauszuarbeiten und vertröstet die anderen mit „Dazu kommen wir später." Dann werden in späteren Unterrichtsschritten die anderen Darstellungsmittel wieder neu eingeführt. (In diesem Fall sollte die Lehrkraft besser Pizzen oder Schokoladentafeln aufteilen lassen, die legen jeweils nur ein Darstellungsmittel nahe).

Alternative: Die Lehrkraft kostet die ganze Breite der angebotenen Darstellungen aus und macht ihre Schülerinnen und Schüler darauf aufmerksam: „Schaut mal, so unterschiedlich können drei Viertel aussehen: wir haben sie dargestellt in Kreisen, in Rechtecken oder auf einer Schnur. Das können wir uns schon mal merken, denn wir werden alle wieder benutzen! Dann müssen wir gut überlegen, welche Darstellung wo am besten passt."

Ähnlich wie in dieser Unterrichtssituation bieten uns die Lernenden an vielen Stellen eine Fülle an, die oft zugunsten der Reduktion von Komplexität in kleinen Schritten nacheinander abgearbeitet wird. Doch

wer als Lernziel formuliert, dass Schülerinnen und Schüler mit den unterschiedlichen Wissenselementen flexibel umgehen, sollte öfter die Reichhaltigkeit aufgreifen, die sie anbieten. Dies ist nicht nur als Vorausorientierung im Unterricht möglich wie bei den Lakritzschnecken, sondern auch in Zwischenbilanzen im Lernprozess. Dazu ein weiteres Beispiel:

Szene 7: Der Arbeitsauftrag in der Unterrichtseinheit zu Termen: Schreibt in Euer Forschungstagebuch eine Geschichte zum Thema „Variable – was war das noch gleich? [...] Wo sind mir Variable schon mal begegnet? Wie bin ich mit ihnen umgegangen?" (vgl. Abb. 8 aus Kraatz-Röper/Vernay 2002). Zwei unterschiedliche Lösungen von Schülerinnen der siebten Klasse (im Original in Abb. 9):

Veronika: „Es war einmal eine ganz kleine Variable. Ihr Lebensinhalt bestand daraus, den Zahlen die Plätze frei zu halten. Sie und ihre Geschwister mussten Tag und Nacht bereit sein, um auf ein leeres Feld zu hüpfen und zu warten, bis eine Zahl kam und sich auf den angewärmten Platz setzte. [...]"

Aishe: „Variable sind kleine mathematische Tierchen, die sich bei Gefahr verwandeln können. Sie treten in verschiedenen Formen auf, zum Beispiel □, ___, a, x, o, Cosima und andere Formen. Variable haben die Aufgabe, alle möglichen Zahlen darzustellen. Beispielsweise die Variable x bei der Aufgabe x+3=5. In diesem Falle hat sich eine 2 zu einer Variablen verwandelt.[...]"

Eine dritte typische Antwort älterer Schüler könnte sein:

Klaus: „Variable, das sind die, die man bei Termumformungen und beim Lösen von Gleichungen immer hin und her schieben muss. Dafür gibt es Regeln."

Durch den Auftrag, einen freien Text über Variable zu schreiben, explizieren die Lernenden ihre unterschiedlichen Grundvorstellungen von Variablen, die eng mit den unterschiedlichen Aspekten von Variablen verknüpft sind, wie sie die fachdidaktische Literatur herausgearbeitet hat (Malle 1993). Während Veronika die Funktion von Variablen als Platzhalter betont (also den Einsetzungsaspekt), ist für Aishe die Variable eine unbekannte Zahl, mit der man umgehen kann (sie fokussiert somit auf den Gegenstandsaspekt). Klaus formuliert den Kalkülaspekt: die Variable als bedeutungsloses Zeichen, mit dem nach bestimmten Regeln operiert werden darf. (Der Kalkülaspekt wird in der hier vorliegenden Lernsequenz erst aufgebaut, und der Veränderlichenaspekt der Variable ist ein weiteres Element, das erst im Zusammenhang mit der Funktionenlehre zum Tragen kommt). Malle hat begründet, dass es für den Aufbau eines adäquaten Variablenbegriffs langfristig *aller* Aspekte bedarf, weil sich der Variablenbegriff auf keinen der genannten Aspekte reduzieren lässt. Es ist geradezu charakteristisch für das Umgehen mit Variablen, dass man zwischen den einzelnen Aspekten hin- und herwechseln und mehrere gleichzeitig im Auge behalten muss (Malle 1993, S. 44ff).

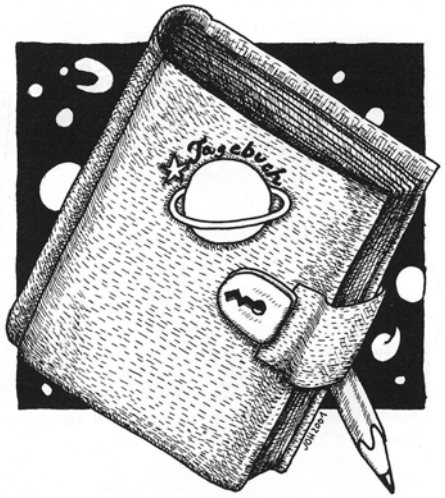
Auch hier lässt sich für den Aufbau einer solchen flexiblen Sicht die unterschiedlichen (noch eingeschränkten) Sichten der Lernenden als Ressource nutzen, um die verschiedenen Aspekte in schülergemäßer Sprache zu explizieren und gegenüberzustellen. Beispiele können klar machen, wieso die einzelnen Aspekte für sich allein jeweils nicht ausreichen.

Grundvorstellungen und Darstellungsmittel dienten hier als zwei Beispiele, in denen aus fachlichen Gründen eine Vielfalt als Lernziel angestrebt werden muss. Die unterrichtlichen Anlässe dazu aus der Unterschiedlichkeit der Schüleransätze zu beziehen, ist sicherlich die aus fachdidaktischer Sicht wichtigste Variante des allgemeinen Gedankens „Vielfalt als Chance".

Forschungstagebuch

GEHEIM – Nur für Term-Galaxis-Forscher

Wie ist das Forschungstagebuch zu führen?
Welche Textformen sollen vorkommen?



1. Es werden immer zuerst Tag und Datum eingetragen:

Mittwoch, den 12.6.2009

2. Zu Beginn sind einige einleitende Sätze zu schreiben: Worum geht es heute überhaupt?
Zum Beispiel:

Liebes Tagebuch, heute bin ich endlich in die Term-Galaxis vorgedrungen. Es war bitterkalt, aber ich konnte die Galaxis-Grenzwächter mit meinem Lexikon überzeugen. Dennoch musste ich zuerst noch diese schwierige Aufgabe lösen: ...

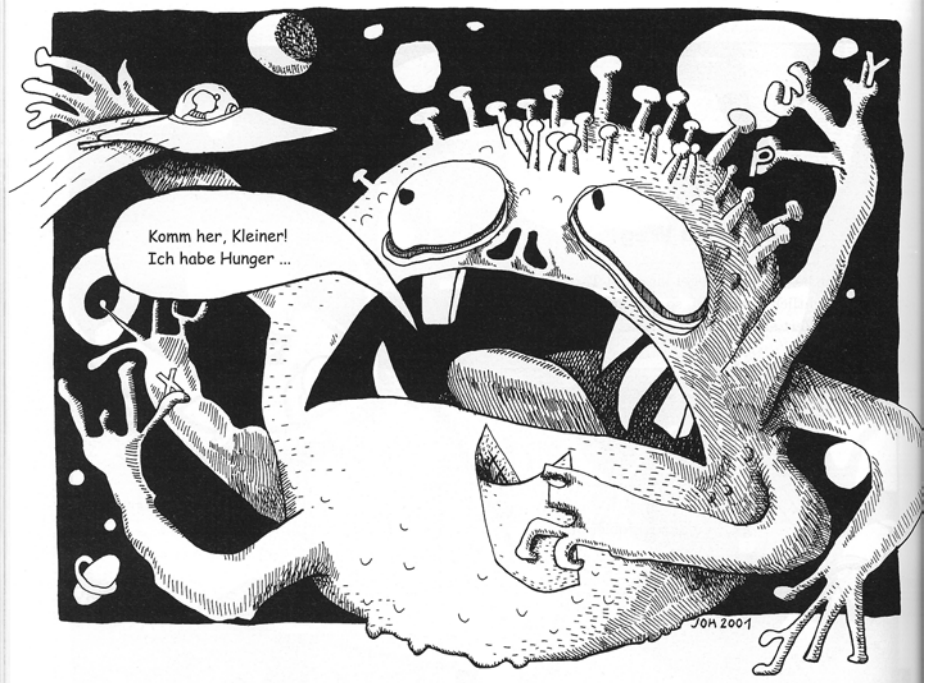
3. Damit das Tagebuch für verrücktgewordene Terme möglichst unauffällig wird, sollen im Laufe der Zeit folgende Darstellungs- und Textformen erscheinen. Hake sie ab, wenn du sie benutzt hast:

- Du zeichnest und schreibst einen **Comic**, in dem die eine Figur der anderen erklärt, was in der Aufgabe gerade passiert ist.
- Ein Reporter **interviewt** eine Zahl (oder eine Variable, zum Beispiel „x") nach seinem Ergehen in der Aufgabe („Sehr geehrter Mister X, unsere Zuhörer/Zuschauer möchten gern wissen, was ihnen da heute in ihrem Haus passiert ist...").
- Du schreibst einen sachlichen **Bericht** darüber, was in der Rechnung passiert ist.
- Im **Telegrammstil** – ... stop erst ... stop ... dann ... – schreibst du auf, wie die Lösung genau zustande gekommen ist.
- Du schreibst einen **Brief** an einen lieben Freund/eine liebe Freundin und stellst dabei das Verwandlungsereignis genau dar („... stell dir vor und dann...").
- Du schreibst eine spannende **Abenteuergeschichte** darüber, was die Zahlen im Dschungel der Aufgabe erlebt haben (Tarzan und Jane?).
- Du schreibst ein **Telefongespräch** zwischen zwei Personen auf, in dem in Frage und Antwort der Rechenweg deutlich wird.
- Du schreibst ein **Gedicht** über das, was du aus der Aufgabe als Lösungsweg erkennst.
  „In froher Gesellschaft ein x
  da war ja mal wieder nix,
  mit Bleiben an dieser Stelle....
- Du schreibst ein **Rezept** (Man nehme ...) zum Lösen der Aufgabe.
- Du schreibst eine **Sensationsmeldung** für eine Zeitung, in der die große Entdeckung eines Rechenwegs entsprechend aufgebauscht dargestellt wird.

Und zur Auswahl – freiwillig – noch:

- Du schreibst eine Geschichte im **Sprachenmix** dir bekannter Sprachen über den Lösungsweg („I took das x und put it ...)

Galaxie der Terme, Mathe-Welt, in: Mathematik lehren 107, 2002



Das Variablenmonster

„Variable" – was war das denn noch gleich? Das muss ich gleich wieder nachschlagen und ins Forschungstagebuch schreiben!

So habe ich mir die Variablen allerdings nicht vorgestellt – da muss doch etwas ganz einfaches dahinterstecken ...

Nun mal ganz ruhig. Zuerst: Wo sind mir denn Variable schon mal begegnet?
Dann: Wie bin ich mit ihnen umgegangen ... Wieder notieren, bevor mich das Monster frisst!

So, und jetzt die Regel formulieren: Regel Nr. 3: Variable haben die Aufgabe ...

„Wenn du mein Rätsel löst, werde ich dich verschonen."

*

x	–2	–1	0	1	2
x + 3					
5 · x					
4 · x – 2					

**

a	–4	–2	0	2	4
2 – a					
3 a + 11					
(a + 2) · a					

„Hilfe, ich bin durchschaut!"

Die kleine Variable

03.01.02

Es war einmal eine ganz kleine und traurige Variable. Ihr Lebensinhalt bestand daraus den Zahlen die Plätze frei zu halten. Sie und ihre Geschwister mussten Tag und Nacht bereit sein um auf ein leeres Feld zu hüpfen und zu warten bis eine Zahl kam und sich ~~auch~~ auf den angewärmten Platz setzte. Sie und ihre Geschwister waren Zahlen von A bis Z.
Das Problem an der Sache war daß die Zahlen erstens sehr eingebildet waren und zweitens sehr rücksichtslos.
Wenn die kleine Variable es sich grade auf einem frei-en Feld gemütlich gemacht hatte. Kam vielleicht eine von diesen Zahlen, Schmiss die kleine Variable runter und setzte sich ~~auf den angewärmten Platz~~. ohne ein Dankeschön für den Platz hin.
Das machte die kleine Variable sehr traurig.

Das ziemlich doof war immer im Hintergrund zu stehen und immer von den dicken Zahlen verdrängt zu werden.
Doch sie konnte nichts machen, da das die dritte Regel des Herrschers der Mathematik war.
So wurden sie und ihre Geschwister unterdrückt bis ans Ende ihrer Tage.

Referat über Variable

Variable sind kleine mathematische Tierchen, die sich bei Gefahr verwandeln können. Sie treten in verschiedenen ~~Formen~~ auf; zum Beispiel □, —, a, x, O, Cosima und andere ~~Formen~~. Variable haben die Aufgabe, alle möglichen Zahlen darzustellen.

Beispielsweise die Variable x bei der Aufgabe

$x + 3 = 5$. In diesem Falle hat sich eine 2 zu einer Variablen verwandelt.

Variablen ernähren sich hauptsächlich von Mathelehrern und Verneys.
Heimisch sind sie in Schulen und Universitäten.

Fazit: Der kompetenzorientierte Blick auf Heterogenität

Die vorgestellten Episoden zeigen das Potential auf, das in der Heterogenität unserer Schülerschaft stecken kann. Am besten kommen diese Chancen zum Tragen in Lernarrangements, in denen sich die Lehrkraft zurückhält und die Lernenden selbst aktiv und kreativ werden lässt. In einem im Sommer 2003 angelaufenen Schulbegleitforschungsprojekt zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht versuchen wir daher, Materialien, Methoden und Strukturen zu entwickeln, die eigenverantwortliches Lernen auf vielfältigen Wegen ermöglichen (Bialek u.a. 2003).

Leider stecken die Chancen selten in divergierendem Arbeitstempo oder in fachlichen Defiziten einzelner, die den Alltag doch so prägen. Dafür finden sie sich jedoch in vielen anderen Aspekten, mit denen uns die Lernenden immer wieder überraschen. Eine hilfreiche Voraussetzung, um diese Ressourcen ausfindig zu machen, ist eine Verabschiedung vom defizitorientierten Blick auf Leistungen („Wer kann was noch nicht?“) zugunsten eines kompetenzorientierten Blicks (Selter/Spiegel 2001). Nur durch eine kompetenzorientierte Sicht auf Stefanies Leistungen etwa gelang es Anna wahrzunehmen, dass Stefanie trotz der mathematischen Schwierigkeiten mit ihren Strukturierungskompetenzen einen entscheidenden Beitrag zur Gruppenarbeit liefert. Wenn ein solcher Perspektivwechsel gleichzeitig unser Verständnis von dem ausweitet, was als Leistung im Mathematikunterricht zählen sollte, dann sind damit die Voraussetzungen günstig, um einen konstruktiven Umgang mit Heterogenität im besten Sinne zu finden.

Ein solches Umdenken geht nicht von heute auf morgen, sondern gestaltet sich als längerer Prozess der Sensibilisierung, bei dem gegenseitiger Austausch außerordentlich hilfreich ist. Deswegen möchte ich die Leserinnen und Leser bitten, uns in unserem Projekt zu unterstützen, indem Sie uns von Ihren Unterrichtssituationen berichten, in denen es Ihnen gelungen ist, Heterogenität in Ihrem Mathematikunterricht fruchtbar werden zu lassen. Wir werden diese kollektiven Erfahrungen sammeln und verfügbar machen. Email: prediger@math.uni-bremen.de.

Literatur

Ahlring, Ingrid (2002): Differenzieren und individualisieren, Praxis Schule 5-10 Extra, Westermann, Braunschweig 2002.

Bialek, Susanne / Kraatz-Röper, Andreas / Prediger, Susanne / Puscher, Regina / Vernay, Rüdiger (2003): Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht – Eigenverantwortliches Lernen auf vielfältigen Wegen, Antrag auf Bewilligung des Schulbegleitforschungsprojektes, Universität Bremen.

Brügelmann, Hans (2001): Mit- und voneinander Lernen, in: Die Grundschulzeitschrift, 15 (142), 44-46.

Kottisch, Wolfgang (2002): Mathematik anders – ein sanfter Weg zur Öffnung des Unterrichts, in: Ahlring 2002, 153-156.

Kraatz, Andreas u.a. (1996): MatheMix Handbuch 5/6, Schroedel Verlag, Hannover.

Kraatz-Röper, Andreas / Vernay, Rüdiger (2001): Mathe-Welt - Galaxie der Terme. Ein mathematisches Forschungsabenteuer, Beilage in: Mathematik lehren 107.

Krippner, Wolfgang (1992): Mathematik differenziert unterrichten, Schroedel, Hannover.

Kurth, Ina (1995): Einstieg(e) in die Bruchrechnung, in: Mathematik lehren 73, 20-49.

Lörcher, Gustav A. (2000): Mathematik mit Migrantenkindern, hrsg. v. der RAA Hauptstelle NRW, Essen, Online unter http://www.raa.de/matmatmi.html.

Malle, Günther (1993): Didaktische Probleme der elementaren Algebra, Vieweg, Wiesbaden.

Neubrand, Johanna / Neubrand, Michael (1999): Effekte multipler Lösungsmöglichkeiten: Beispiele aus einer japanischen Mathematikstunde, in: Selter, Christoph / Walther, Gerd (Hrsg.): Mathematikdidaktik als design science, Klett, Leipzig, 148-158.

Prediger, Susanne / Schroeder, Joachim (2003): Mit der Vielfalt rechnen. Interkulturelles Lernen im Mathematikunterricht, Basisartikel in: Mathematik lehren 116, 4-9 (und weitere Beiträge des Heftes).

Selter, Christoph / Spiegel, Hartmut (1997): Wie Kinder rechnen, Klett, Leipzig u.a.

Selter, Christoph / Spiegel, Hartmut (2001): Der kompetenzorientierte Blick auf Leistungen, in: Die Grundschulzeitschrift 15 (147), 20-21.

Sylvester, Thomas (1998): Vorschläge und Modelle zur inneren Differenzierung, Basisartikel in: Mathematik lehren 89, 4-9 (und weitere Beiträge des Heftes).