Erschienen in den Beiträgen zum Mathematikunterricht 2011, WTM Verlag, Münster (und online), S. 71-74.

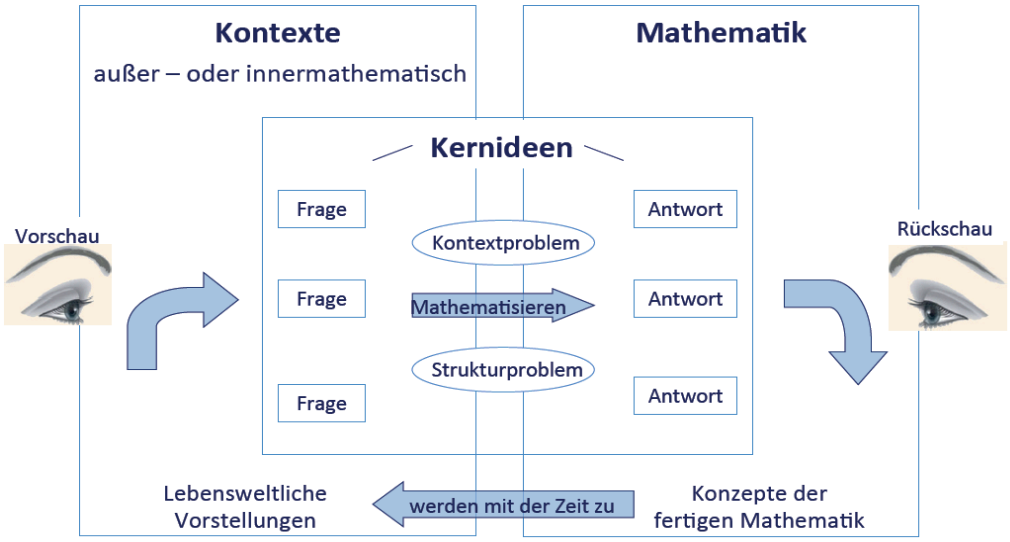
BÄRBEL BARZEL, SUSANNE PREDIGER, TIMO LEUDERS,
STEPHAN HUSSMANN, Freiburg / Dortmund

Kontexte und Kernprozesse – Aspekte eines theoriegeleiteten und praxiserprobten Schulbuchkonzepts

Im Rahmen des langfristigen Forschungs- und Entwicklungsprojektes KOSIMA (Kontexte für sinnstiftendes Mathematiklernen, vgl. Hußmann / Leuders / Barzel / Prediger 2011, später publiziert als Barzel et al. 2012) haben wir ein ganzheitliches Konzept für den Unterricht in den Klassen 5-10 entwickelt und erprobt. Ein ganzheitliches Konzept muss nicht nur über alle Themenbereiche und Unterrichtsphasen hinweg tragen, es integriert auch verschiedene didaktische Prinzipien, hier die Prinzipien des genetischen Lernens (Wagenschein 1977, Freudenthal 1991), Verstehensorientierung (Skemp 1976, Wagenschein 1977, Hiebert et al. 1997), Eigentätigkeit (Freudenthal 1983) und Sinnstiftung (s.u.). Zur Realisierung dieser Prinzipien wurden verschiedene wiederkehrende Strukturelemente entwickelt, von denen hier Kontext und Kernideen sowie die Strukturierung in die Kernprozesse Erkunden, Ordnen, Vertiefen vorgestellt werden soll.

Kontexte und Kernideen

In Leuders et al. (2011) ist ausführlicher dargestellt, wie zur Sinnstiftung die Ansätze Anwendungsorientierung, genetisches Lernen, Ideen- und Subjektorientierung miteinander verschränkt werden: Mathematik im Entstehen wird durch eigenständige Genese mathematischer Konzepte in konkreten *Problemen* erlebbar (s.u. Erkunden). Dieses genetische Prinzip wird mit Anwendungsorientierung verknüpft, indem die Probleme, soweit sinnvoll, in authentischen und großräumig genutzten *Kontexten* situiert werden.



Die fachspezifische Substanz wird über die Orientierung an fundamentalen Ideen (Bruner 1970) aufgegriffen, die in der Perspektive des lernenden Subjekts als *Kernideen* formuliert werden. In der Vorschau (Gallin/Ruf 1998) strukturieren Kernfragen die Lernprozesse, in der Rückschau werden diese durch bereichsspezifische Konkretisierungen allgemeiner fundamentaler Ideen und mit Hilfe der nacherfundenen mathematischen Konzepte beantwortet. So wirft zum Beispiel der Kontext „Orientierung von Mensch und Tier" die subjektiv zugängliche Kernfrage „Wie kann ich Orte durch Zahlen beschreiben?" auf. Als Antwort entsteht die Idee der Koordinaten.

Kontext und Kernfragen werden auf einer Einstiegsseite durch eine Situation aus dem lebensweltlichen Alltag der Lernenden etabliert. Mit den Einstiegen werden Vorerfahrungen aktiviert und die Kernfragen als relevante Fragen etabliert.

Erkunden - Kernprozess des beziehungshaltigen Entdeckens und Nacherfindens

Konstruktivistisch orientierte Design-Theorien (z.B. Brophy 2002) betonen die Bedeutung aktiver Konstruktionen von Wissen. Zur Initiierung eigenständiger *mathematischer* Wissenskonstruktionsprozesse werden genetische Probleme konstruiert, bei deren Bearbeitung mathematische Begriffe eigenständig nacherfunden und mathematische Zusammenhänge und Vorgehensweisen entdeckt werden (Winter 1989, Freudenthal 1991, Hußmann 2002). Wir nennen dies den Kernprozess des *Erkundens*.

Prozesse der horizontalen Mathematisierung werden durch inner- oder außermathematische *Kontextprobleme* initiiert (Freudenthal 1983). Im Verlauf der Bearbeitung dieser Kontextprobleme erfinden Lernende mathematische Begriffe als Werkzeuge und entdecken Zusammenhänge und Vorgehensweisen. Ergänzend braucht es aber auch *Strukturprobleme,* welche auf sogenannte vertikale Mathematisierungsprozesse zielen (Freudenthal 1983). Strukturprobleme initiieren die Untersuchung struktureller Phänomene und ihre Zusammenhänge zu anderen theoretischen Elementen, die Exploration von Möglichkeiten der Übertragung bereits bekannter Operationen oder Prozesse der Schematisierung, z.B. die Entwicklung eines Kalküls im Umgang mit den Objekten.

Gemeinsam ist Kontext- und Strukturproblem die authentische und selbständige Weise des Umgangs mit Mathematik (Winter 1996). Im Kernprozess des Erkundens stehen dabei die individuellen Ideen und die Sprache der Lernenden im Vordergrund, noch nicht die fachlich konsolidierte Mathematik. Unterstützt werden die Prozesse durch Anregungen zur Ver-

schriftlichung (im „Prozessheft“) und fokussierte Reflexion (in der Aufgabenkategorie „Nachgedacht“).

Beim konkreten Design von Erkunden-Aufgaben sind immer wiederkehrende *Herausforderungen* jeweils lokal zu bewältigen:

- Wie findet man einen über mehrere Stunden tragfähigen Kontext? …passende genetische Probleme? …eine tragende Kernidee?
- Welche Balance zwischen Offenheit und Zielorientierung ist themenspezifisch angemessen?
- Wie können Möglichkeiten der natürlichen Differenzierung jeweils ausgeschöpft werden?

Ordnen – Kernprozess des aktiven Systematisieren und Sicherns

Für einen nachhaltigen, konsolidierten Wissensbau muss dem Erkunden eine Phase des Systematisierens und Sicherns folgen, die vier Funktionen erfüllt: Reflektieren (Erfahrungen bewusst machen), Regularisieren (individuell Erarbeitetes mit dem regulären mathematischen Wissen abgleichen), Vernetzen (fragmentiertes Wissen miteinander in Beziehung setzen) und Dokumentieren (Gelerntes im Wissensspeicher schriftlich festhalten, um später darauf zugreifen zu können). Wir nennen dies den Kernprozess des *Ordnens*.

Im Gesamtkonzept mussten neue Wege erarbeitet werden, um auch das Ordnen unter möglichst aktiver Beteiligung der Lernenden zu gestalten, ohne diese durch zu viel Offenheit zu überfordern. Dazu wurde eine Vielzahl von Aneignungshandlungen im Spektrum zwischen Selbstfinden und Nachvollziehen entwickelt und erprobt (Prediger et al. 2011).

Beim konkreten Design von Ordnen-Aufgaben sind immer wiederkehrende *Herausforderungen* jeweils lokal zu bewältigen:

- Welche Facetten des konzeptuellen und prozeduralen Wissens (Bedeutungen, Konventionen, Abgrenzungen, usw.) müssen für den langfristigen Gebrauch systematisiert und gesichert werden?
- Wie kommt die reguläre Mathematik auf lautere Weise ins Spiel?
- Wie gelingt die Balance zwischen genügend Kontextbindung einerseits, um eine gedankliche Verankerung zu gewährleisten und genügend Ablösung vom Kontext andererseits, um Abstraktion zu ermöglichen?

Vertiefen - Kernprozess des kognitiv aktivierenden Übens

Zur Festigung des erworbenen und systematisierten Wissens und Könnens sind Phasen des Übens ebenso unabdingbar wie der Transfer auf andere

Kontexte und die weitere Vernetzung mit anderen Themen. Das nennen wir den Kernprozess des *Vertiefens*. Für eine produktive und kognitiv aktivierende Gestaltung des Übens kann das Schulbuchkonzept auf bewährte Ansätze zurückgreifen (Winter 1984, Müller/Wittmann 1992, Büchter/Leuders 2005).

Beim konkreten Design von Vertiefen-Aufgaben sind immer wiederkehrende *Herausforderungen* jeweils lokal zu bewältigen:

- Wie weit muss ein Transfer von den Kontexten des Erkundens auf weitere Kontexte explizit angeleitet werden?
- Wie wird der Bedarf nach genügend Training von Fertigkeiten ausbalanciert mit dem nach vorstellungsorientiertem, sinnstiftendem und kontextbezogenem Arbeiten?
- Wie wird ein angemessenes Differenzierungspotential gewährleistet?

Checkliste – Mittel der Zielorientierung und Selbsteinschätzung

Lernende brauchen Transparenz und Bewusstheit darüber, was von ihnen erwartet wird und was sie bereits an Kompetenzen erreicht haben. Nur mit einer solchen Zielorientierung können sie den eigenen Lernprozess insgesamt reflektieren, selbstkritisch gestalten und so Verantwortung für das eigene Lernen übernehmen. Checklisten, die sowohl Kompetenzen in Schülersprache als auch konkretisierende Beispielaufgaben angeben, können diesen Prozess unterstützen (Fernholz/Prediger 2007). Sie ermöglichen konkret eine Selbsteinschätzung des eigenen Lernstandes und durch die Verweise auf passende Vertiefenaufgaben eine selbständige Bearbeitung der ermittelten Lücken oder Defizite.

Handbuch – Unterstützung für eine fundierte Unterrichtsvorbereitung

Zentrale Bestandteile des begleitenden Handbuchs für Lehrkräfte sind Umsetzungsvorschläge für den Unterricht, Hinweise zu Diagnose, Förderung und Differenzierung und fachdidaktische Informationen zur Thematik. Neben den Lösungen finden sich mögliche Lernwege, um Ideen und Schwierigkeiten der Lernenden zu antizipieren. Damit wird eine fundierte Vorbereitung auf einen flexiblen, diagnosegeleiteten und differenzierenden Unterricht ermöglicht.

Anmerkungen

Alle Autorinnen und Autoren haben am Artikel gleichberechtigt mitgewirkt.
Literatur in der längeren Fassung des Beitrags unter www.ko-si-ma.de.

Literatur (nur in der elektronischen Langfassung des Artikels)

Barzel, Bärbel / Hußmann, Stephan / Leuders, Timo / Prediger, Susanne (2012) (Hrsg.): Mathewerkstatt 5. Cornelsen, Berlin.

Bruner, Jerôme S. (1970): Der Prozess der Erziehung, Schwann, Düsseldorf.

Brophy, J. (Hrsg.) (2002): Social constructivist teaching: Affordances and constraints, Elsevier, Oxford.

Büchter, Andreas / Leuders, Timo (2005): Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern - Leistung überprüfen, Cornelsen Scriptor, Berlin.

Fernholz, Jutta / Prediger, Susanne (2007): „… weil meist nur ich weiß, was ich kann!“ Selbstdiagnose als Beitrag zum eigenverantwortlichen Lernen. In: Praxis der Mathematik in der Schule 49(15), 14-18.

Freudenthal, Hans (1983): Didactical Phenomenology of mathematical structures, Kluwer, Dordrecht.

Freudenthal, Hans (1991): Revisiting Mathematics Education. China Lectures, Kluwer, Dordrecht.

Gallin, Peter/ Ruf, Urs (1998): Dialogisches Lernen im Mathematikunterricht, Kallmeyer, Seelze-Velber

Hiebert, James / Carpenter, Thomas P. / Fennema, Elizabeth / Fuson, Karen C. / Murray, Hanlie (1997): Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding, Heinemann, Portsmouth.

Hußmann, Stephan (2002): Konstruktivistisches Lernen an intentionalen Problemen. Mathematik unterrichten in einer offenen Lernumgebung, Franzbecker, Hildesheim.

Hußmann, Stephan / Leuders, Timo / Prediger, Susanne / Barzel, Bärbel (2011): Kontexte für sinnstiftendes Mathematiklernen (KOSIMA) – ein fachdidaktisches Forschungs-und Entwicklungsprojekt, erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht 2011.

Leuders, Timo / Hußmann, Stephan / Barzel, Bärbel / Prediger, Susanne (2011): „Das macht Sinn!" Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen, in: Praxis der Mathematik in der Schule 53(37), 2-9.

Prediger, Susanne / Barzel, Bärbel / Leuders, Timo / Hußmann, Stephan (2011): Systematisieren und Sichern. Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen, in: Mathematik lehren 164, 2-9.

Skemp, Richard R. (1976): Relational Understanding and Instrumental Understanding, in: Mathematics Teaching, 77, 20–26.

Wagenschein, Martin (1977): Verstehen lehren. Genetisch - Sokratisch - Exemplarisch, Beltz, Weinheim.

Winter, Heinrich (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: Mathematik lehren 2, 4-16.

Winter, Heinrich (1989): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik, Vieweg, Braunschweig.

Winter, Heinrich (1996): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung, in: Mitteilungen der DMV 2 , 35-41.

Wittmann, Erich / Müller Gerhard (1992/94): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1 und 2 Klett, Stuttgart.