

„Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären“ – Gestufte Wortschatzarbeit im verstehensorientierten Mathematikunterricht

Susanne Prediger

Webversion des Beitrags Prediger, Susanne (2017). „Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären“-Wortschatzarbeit für einen verstehensorientierten Mathematikunterricht. In Beate Lütke, Inger Petersen, Tanja Tajmel (Hrsg.). Fachintegrierte Sprachbildung - Forschung, Theoriebildung und Konzepte für die Unterrichtspraxis. Berlin: de Gruyter, 229-252.

Zusammenfassung: Konsequente Wortschatzarbeit ist für einen sprachsensiblen Fachunterricht zentral. Doch welcher Wortschatz wird wirklich gebraucht in einem verstehensorientierten Unterricht und wie kann sein Aufbau sinnvoll sequenziert werden? Der Artikel plädiert am Beispiel der Zinsrechnung in Klasse 8 für eine Ausweitung der verbreiteten Wortschatzarbeit hin zu einer themenbezogenen Wortschatzarbeit, die auch Satzbausteine und graphische Darstellungsmittel einbezieht. Sie sollte sequenziert werden von den Alltagssprachlichen Ressourcen der Lernenden, über einen bedeutungsbezogenen Denkwortschatz sowie einen formalbezogenen Wortschatz hin zu einem kontextbezogenen Lesewortschatz.

„Im Anfang war das Wort“ (Joh. 1.1)

Der Verweis auf den Beginn des Johannesevangeliums bietet einen oft genutzten Anlass, um zu betonen, dass Wortschatzarbeit für den Erwerb von Sprache absolut zentral ist (z.B. Michalak 2009). Steinhoff (2013) begründet die Relevanz auch aus einer funktionalen Perspektive, wenn er den *Wortschatz als zentrales Werkzeug für den Sprachgebrauch* beschreibt, der für alle sprachlichen Kompetenzbereiche (Lesen, Schreiben, Zuhören, Sprechen) eine wichtige Voraussetzung bildet.

Während Steinhoff für den derzeitigen Deutschunterricht anmahnt, dass Wortschatzarbeit zu wenig Aufmerksamkeit erhält, scheint sie umgekehrt für die Spracharbeit im *Fachunterricht* eine sehr herausgehobene Rolle zu spielen (z.B. in Ulrich 2013, Reblin 2013), auch wenn weitere Bereiche wie Grammatik, Lesestrategien oder Diskurskompetenz natürlich auch wichtig sind. Dieser Artikel widmet sich der Frage nach einer *an den Sprachnotwendigkeiten des Mathematikunterrichts ausgerichteten* Wortschatzarbeit und greift dabei etablierte Kenntnisse der Sprachdidaktik auf. Argumentiert wird, dass die derzeitige Praxis der Wortschatzarbeit im Fachunterricht in vielerlei Hinsicht erweiterungsbedürftig ist, damit sie das Fachlernen in konstruktiver Weise unterstützen kann. Der Erweiterungsbedarf betrifft folgende Bereiche:

- Ausweitung von isolierten Wörtern auch auf andere Sprachmittel wie Satzbausteine (Mehrwortausdrücke) und graphische Darstellungsmittel. Deswegen wird im Titel des Artikels ‚Wortschatzarbeit‘ statt ‚Wortschatzarbeit‘ benutzt, denn das in der Sprachdidaktik eigentlich etablierte *breite* Verständnis von Wortschatz wird im Fachunterricht oft zu verkürzt rezipiert.
- Ausweitung von einer eng verstandenen, formalbezogenen Fachsprache auch auf andere fachbezogene zentrale Sprachmittel.
- Konzeptionelle Erweiterung im Hinblick auf sachangemessene gestufte Einführung des Wortschatzes für jedes Themengebiet.

Dabei wird auf verschiedene empirische Studien der Autorin rekurriert, die jeweils andernorts in ihrem Forschungsdesign etc. ausführlich erläutert sind. Sie dienen hier als Beispielgeber oder es werden Befunde zusammenfassend berichtet, ohne dass dieser Artikel den Anspruch eines Forschungsberichts erheben würde.

Die Wortschatzarbeit in Schulbüchern und praktisch umgesetztem Mathematikunterricht (aber auch in einigen Publikationen zum Thema) unterliegt derzeit meist typischen Beschränkungen. Diese werden im Abschnitt 1 am Beispiel der Zinsrechnung problematisiert und anschließend Vorschläge zu ihrer Überwindung gemacht. Im induktiven Aufbau dieses Artikels werden diese beispielbezogenen Überlegungen dann im Abschnitt 2 systematisiert.

1. Welcher Sprachschatz wird gebraucht? Überlegungen am Beispiel Zinsrechnung

1.1 Problematische Beschränkung auf formalbezogene Fachwörter

Das Schulbuch Mathe live, einer der Markführer der nordrhein-westfälischen Gesamtschulen, definiert zu Beginn des Kapitels Zinsrechnung in Klasse 8 die relevanten formalbezogenen Sprachmittel und führt (auch mit hier nicht gezeigten Beispielen und Visualisierungen am Zahlenstrahl) die zentrale Formel der Zinsrechnung ein (vgl. Abb. 1 für beide Schulbuchauszüge).

The image shows a page from a textbook with a grey background. At the top, it says 'Die Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung:'. Below this is a table comparing 'Prozentrechnung' and 'Zinsrechnung'. To the right of the table is a box titled 'Formel' containing the formula $Z = K \cdot p \% = K \cdot \frac{p}{100}$ and a numerical example $Z = 500 \text{ €} \cdot 4 \% = 500 \text{ €} \cdot \frac{4}{100} = 20 \text{ €}$. Below the table, there are definitions for 'Kapital', 'Zinsen', and 'Zinssatz'. To the right of these definitions is a handwritten note in blue ink on a light brown background that reads: 'Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären'.

Prozentrechnung	Zinsrechnung
Grundwert: G	Kapital: K
Prozentwert: P	Zinsen: Z
Prozentsatz: p %	Zinssatz: p %

Formel
 $Z = K \cdot p \% = K \cdot \frac{p}{100}$
 $Z = 500 \text{ €} \cdot 4 \% = 500 \text{ €} \cdot \frac{4}{100} = 20 \text{ €}$

Dabei bedeuten die Begriffe:
Kapital: angelegter Geldbetrag, z.B. Spareinlage bei der Bank
Zinsen: Geldwert, den man für angelegtes Kapital erhält (Habenzinsen) bzw. für geliehenes Geld bezahlen muss (Sollzinsen).
Zinssatz: Prozentsatz, nach dem Zinsen berechnet werden.

Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären

Abb. 1: Formalbezogener Wortschatz und zentrale Formel der Zinsrechnung aus Schulbuch Mathe live 8 (Böer et al. 2008: 40) mit Erläuterung des Achtklässlers Kevin zur Zinsformel

Mit einem solchen fachlichen und sprachlichen Lerninhalt gehen Lehrkräfte sehr unterschiedlich um: Eine Gruppe kümmert sich gar nicht um die sprachlichen Lerninhalte und unterstellt, dass sie entweder bereits bekannt sind oder im Gebrauch automatisch erworben werden. Diese Unterstellung wird jedoch mit zunehmendem Anteil von Kindern und Jugendlichen aus bildungsfernen Familien und Familien anderer Herkunftssprachen immer problematischer, weil diese bei der Sprachschatzarbeit mehr Unterstützung brauchen (Apeltauer 2008).

Eine zweite Gruppe von Lehrkräften hat realisiert, dass Sprachschatzarbeit ihrer Aufmerksamkeit bedarf, und angefangen, das formalbezogene Vokabular gezielter zu thematisieren. In diesen Klassenzimmern hängen Wortspeicher an der Wand, in denen Worte wie Kapital, Zinsen, Zinssatz, Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz aufgeführt sind, und es wird auf ihre konsequente Nutzung geachtet. Diese zweite Strategie der gezielten Thematisierung formalbezogener Fachwörter wird derzeit in vielen Materialien zur Sprachbildung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe vorgeschlagen (z.B. Reblin 2013). Sie bietet zwar einen *ersten* Einstieg in die Spracharbeit, greift jedoch alleine deutlich zu kurz, wie das folgende Beispiel zeigt:

Beispiel 1: Kevin und die Zinsformel

Keins schriftliche Erläuterung zur Zinsrechnung wurde einer Videoaufnahme einer achten Gesamtschulklasse entnommen und für Abb. 1 reproduziert: „Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären“. Keins Erläuterung ist typisch für den Sprachstand vieler Lernender im Mathematikunterricht: Er bemüht sich, die fachsprachlichen Erwartungen seiner Lehrerin zu erfüllen. Ihm gelingt die Nutzung der Fachwörter, wenn auch mit Rechtschreibfehlern. Bedenklich ist der Gebrauch der unpassenden Präposition „durch“, und vor allem, dass er für die *Bedeutung* dieser Formel keine Sprache findet.

Solche Schüleräußerungen erfordern verschiedene Maßnahmen, die im Folgenden erläutert werden sollen: sowohl die Ausweitung des Sprachschatzes auf Satzbausteine (Abschnitt 1.2), als auch auf bedeutungsbezogene Sprachmittel (Abschnitt 1.3). Erst danach ist eine Ausweitung auf weitere kontextbezogene Sprachmittel sinnvoll (Abschnitt 1.4).

1.2 Satzbausteine statt isolierte Wörter

Für eine Klasse 8, die den mittleren Schulabschluss anstrebt, ist das sprachliche Lernziel durchaus angemessen, dass alle Lernenden die Verben zu den Grundrechenarten *mitsamt den zugehörigen Präpositionen* nutzen können (die Rechtschreibung ist auch wünschenswert, aber nicht in allen Lerngruppen von höchster Priorität):

- man addiert 3 zu/und 12 für $12 + 3$
- man subtrahiert 3 von 12 für $12 - 3$
- man multipliziert 3 mit/und 12 für $12 \cdot 3$
- man dividiert 12 durch 3 für $12 : 3$

Aufgrund der wechselnden Präpositionen betont die Sprachdidaktik, dass auf Wortlisten nicht nur isolierte Verben, sondern auch solche *Satzbausteine* mitsamt den relevanten Präpositionen und Zahlenbeispielen aufgeführt werden sollen, denn nur so lernen Schülerinnen und Schüler die Verben im richtigen Zusammenhang zu nutzen. Dass dabei die Zahlen bei Addition und Multiplikation ohne Bedeutungsveränderung vertauscht werden können, aber bei Subtraktion und Division nicht, ist mathematisch begründbar (durch das Kommutativgesetz). Dass aber die Reihenfolge bei Subtraktion und Division unterschiedlich ist für $12 - 3$ und $12 : 3$, ist eine rein sprachliche Regel, die gezielt erworben werden muss, um sprachlich richtig zu formulieren (viele Lernende vertauschen die Zahlen beim Dividieren daher).

Jenseits dieser Grundschulhalte sind in Klasse 8 für die Zinsrechnung außerdem weitere themenspezifische Satzbausteine wichtig, die die Fachwörter zueinander in tragfähige Beziehung setzen und als Kollokationen oft zusammen auftauchen:

- der Zinssatz als Anteil von dem Kapital
- den Zins gewähren
- die Zinsen zahlen
- Prozentsatz von einem Grundwert ergibt den Prozentwert
- ...

1.3 Bedeutungsbezogene Sprachmittel zum Nachdenken über Bedeutungen

Doch selbst mit der Ergänzung um Satzbausteine greift der ausschließliche Fokus auf formalbezogene Sprachmittel deutlich zu kurz. Denn welche Sprachmittel notwendig sind, muss von den Gebrauchssituationen aus gedacht werden, wie Steinhoff (2013) fordert. Zentrale Gebrauchssituationen in einem *verstehensorientierten* Mathematikunterricht (Prediger 2013b) sind vor allem durch folgende Aktivitäten bestimmt: Lernende sollen

- (a) Rechenwege oder allgemeine Vorgehensweisen mündlich und schriftlich verbalisieren;
- (b) konzeptuelles Verständnis für mathematische Konzepte, Zusammenhänge (z.B. in Formeln) und Vorgehensweisen aufbauen und ihre Bedeutungen mündlich und schriftlich erklären; und
- (c) die erarbeiteten Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen in weiteren Sachzusammenhängen nutzen.

Zahlreiche Videoanalysen von Unterrichtsstunden im Mathematikunterricht im Rahmen verschiedener Dortmunder Projekte (Interpass, MuM, BiSS, alle unter Leitung von S. Prediger in Dortmund

seit 2009) haben ergeben, dass die Gebrauchssituation (a) mit Abstand am besten von den meisten Lernenden bewältigt wird: Trotz einiger Defizite entwickeln die meisten Lernenden eine durchaus beachtliche Rechensprache, in der sie mit formalbezogenen Sprachmitteln ihre Rechenwege zu konkreten Rechenaufgaben verbalisieren können („man muss das K mit p durch 100 multiplizieren, dann erhält man Z“). Viel seltener sind jedoch Gelegenheiten für die zweite und dritte Erklärbarkeit in den Gebrauchssituationen (b) und (c), wodurch diese gerade bei sprachlich schwachen Jugendlichen meist geringer entwickelt sind (z.B. Erath & Prediger 2014).

Fortsetzung von Beispiel 1: Kevin und die Zinsformel

Daher verwundert es auch nicht, dass Kevin aus Fallbeispiel 1 die Bedeutung der Zinsformel nicht erklären kann. Dazu fehlt ihm nicht nur die Diskurskompetenz zur Realisierung einer erklärenden Diskurseinheit (vgl. Erath & Prediger 2014), sondern auch schlicht der Sprachschatz für die Bedeutungen, der teilweise zur Bildungssprache, teilweise im engeren Sinne zur Fachsprache gehört. Eine solche Erklärung könnte zum Beispiel so lauten:

„Das Kapital ist ja das Guthaben, das ich zur Bank gebracht habe, das ist das Ganze. Die Zinsen sind die Gebühr, die ich von der Bank erhalte, weil ich ihr mein Geld geliehen habe. Dieser Teil wird in Prozent angegeben, das heißt als Anteil an dem Guthaben bestimmt, also zum Beispiel 4 % von 200 €. Die 4 % sind ja einfach der Anteil $\frac{4}{100}$, und einen Anteil VON etwas erhalte ich durch Multiplizieren, dann erhalte ich den Teil. Das haben wir für Brüche schon gelernt: Teil als Anteil vom Ganzen ergibt sich durch ‚Anteil mal Ganzes‘.“

Für die Erklärung von Bedeutungen werden also weitere Sprachmittel gebraucht, die wir die *bedeutungsbezogenen Sprachmittel* nennen (Wessel 2015, Pöhler & Prediger 2015) und in Abschnitt 2.2 genauer erklären), hier zum Beispiel:

- die Gebühr, die ich von der Bank erhalte, weil ich ihr mein Geld geliehen habe
- Teil von einem Ganzen
- Anteil an einem Ganzen
- es ergibt sich...
- Multiplizieren entspricht dem Anteil nehmen
- *Prozentstreifen als graphische Darstellung*

Sie umfassen nicht nur den Wortschatz im engeren Sinne, sondern auch graphische Darstellungsmittel und gewisse grammatische Elemente, sodass von Sprachschatz statt von Wortschatz gesprochen wird.

Der Schulbuch-Kasten in Abb. 1 bietet (im Gegensatz zu vielen Merkkästen anderer Schulbücher), sogar einige bedeutungsbezogene Sprachmittel für die Begriffe Kapital (z.B. angelegter Geldbetrag) und Zinsen an (wenn auch nicht zur Erklärung der Multiplikation als Anteil-Nehmen), ohne sie allerdings weiter zu nutzen. Solche bedeutungsbezogenen Sprachmittel für die Konzepte und ihre Zusammenhänge müssen jedoch in der Sprachschatzarbeit eine ebenso große Rolle spielen wie die formalbezogenen Sprachmittel, wo immer die alltagssprachlichen Ressourcen der Lernenden zur Verständigung über Bedeutungen nicht ausreichen (diese verschiedenen Stufen werden in Abschnitt 2.2 genauer definiert).

Wie die meisten Sprachmittel, die über die alltagssprachlichen Ressourcen hinausgehen, sind auch graphische Darstellungsmittel wie der Prozentstreifen für die Lernenden oft nicht unmittelbar verfügbar, sondern müssen erst erarbeitet werden, damit sie dann als Denk- und Verständigungsmittel genutzt werden können. Sie stellen nach den Untersuchungen des MuM-Projektes jedoch einen unabdingbaren Bestandteil der bedeutungsbezogenen Sprachmittel dar (Prediger & Wessel 2013, Pöhler & Prediger 2015). Dies zeigen auch die beiden folgenden Beispiele:

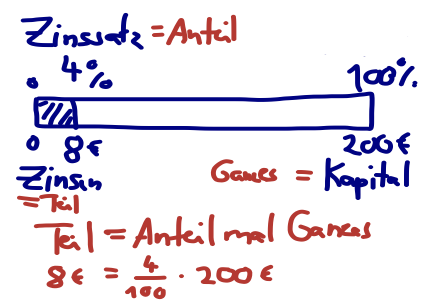


Abb. 2: Graphische Erklärung der Bedeutung der Zinsformel

Beispiel 2: Elisa und die Ratenzahlung

In der weiteren Unterrichtseinheit zur Zinsrechnung geht es um Raten, die bei einer Kreditaufnahme zurückzuzahlen sind. Dass die Lernenden erhebliche (auch kontextbedingte) Schwierigkeiten haben, dieses Konzept zu verstehen, zeigt zum Beispiel Elisas Rechenweg zur dritten Raten-Aufgabe in Abb. 3. Sie kann darin den Raten wenig Sinn zuschreiben, obwohl sie im Unterricht bereits (ohne Bilder) eingeführt und diskutiert wurden. Die in der Aufgabe gegebenen Zahlen kombiniert sie nicht sachgerecht. Auch die Strukturierung nach „gegeben – gesucht“ gelingt ihr nicht, und sie rechnet für die (in der Aufgabenstellung gegebene) Monatsrate ohne Irritation einen zweiten Wert aus.

Dritte Raten-Aufgabe:
 In einem Prospekt steht: Neue Küchenmöbel für 2700 €. Anzahlung 20 % und dann 24 Monatsraten zu 105 €. Der Kunde fragt, was er dann insgesamt bezahlen muss, und welchen Jahreszinssatz er zahlt.

$$2700 \div 100 \times 20 = 540$$

$$2700 - 540 = 2160$$

$$2160 \div 24 = 90$$

→ Anzahlung
 → neue zahlte
 → in der die
 Anzahlung abgezogen
 wurde
 → Monatsrate

Abb. 3: Elisas falsche Lösung zur dritten Raten-Aufgabe (aus Nimmergut 2014, Geteiltzeichen nachgezeichnet)

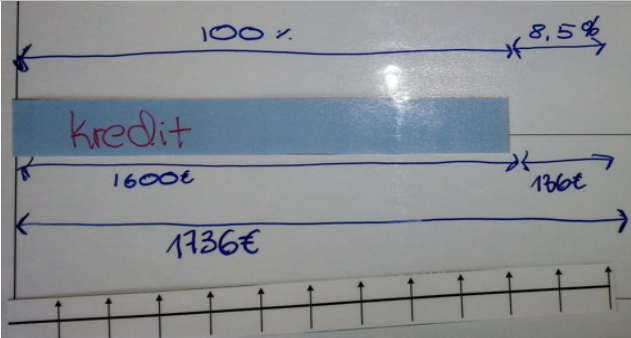
<p>Fünfte Raten-Aufgabe:</p> <p>Herr Tugba möchte bei der Volksbank einen Kredit in Höhe von 1600 € aufnehmen. Der Bankberater bietet einen Zinssatz in Höhe von 8,5 % bei 1 Jahr Laufzeit an. Welche monatliche Rate muss Herr Tugba zahlen?</p> <p>Erarbeitet euch schrittweise ein Bild, um zur Antwort zu kommen.</p>					
<p>1. Legt einen blauen Streifen auf das Blatt und gebt ihm den Namen ‚Kredit‘. Wie hoch ist der Kredit?</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; font-size: small;">Mit Worten...</th> <th style="width: 50%; font-size: small;">Rechnung...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Der Kredit beträgt 1600 €</td> <td>1600 €</td> </tr> </tbody> </table>	Mit Worten...	Rechnung...	Der Kredit beträgt 1600 €	1600 €
Mit Worten...	Rechnung...				
Der Kredit beträgt 1600 €	1600 €				
<p>2. Legt einen gelben Streifen dazu und gebt ihm den Namen ‚Zinsen‘. Wie hoch sind die Zinsen?</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="font-size: small;">Wir haben die Zinsen mit dem Prozentsatz ausgerechnet.</td> <td style="font-size: small;"> $100 \quad 1600 \quad \downarrow : 100$ $1 \quad 16 \quad \downarrow : 8.5$ $8.5 \quad 136$ </td> </tr> </tbody> </table>	Wir haben die Zinsen mit dem Prozentsatz ausgerechnet.	$100 \quad 1600 \quad \downarrow : 100$ $1 \quad 16 \quad \downarrow : 8.5$ $8.5 \quad 136$		
Wir haben die Zinsen mit dem Prozentsatz ausgerechnet.	$100 \quad 1600 \quad \downarrow : 100$ $1 \quad 16 \quad \downarrow : 8.5$ $8.5 \quad 136$				
<p>3. Wie hoch ist der Gesamtbetrag, den Herr Tugba nach 1 Jahr zurückgezahlt haben muss?</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="font-size: small;">Man rechnet die Zinsen und den Kredit zusammen und so erhält man den Gesamtbetrag</td> <td style="font-size: small;"> $1600 + 136 = 1736 \text{ €}$ </td> </tr> </tbody> </table>	Man rechnet die Zinsen und den Kredit zusammen und so erhält man den Gesamtbetrag	$1600 + 136 = 1736 \text{ €}$		
Man rechnet die Zinsen und den Kredit zusammen und so erhält man den Gesamtbetrag	$1600 + 136 = 1736 \text{ €}$				
<p>4. Herr Tugba muss eine monatliche Rate zahlen. Wie viele Raten sind das? Wie könnte man die Rate im Bild darstellen?</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="font-size: small;">1 Jahr hat 12 Monate deswegen muss er 12 Monatsraten zahlen.</td> <td style="font-size: small;">1 Jahr = 12 Monate</td> </tr> </tbody> </table>	1 Jahr hat 12 Monate deswegen muss er 12 Monatsraten zahlen.	1 Jahr = 12 Monate		
1 Jahr hat 12 Monate deswegen muss er 12 Monatsraten zahlen.	1 Jahr = 12 Monate				
<p>5. Wie kann man die Höhe der monatlichen Raten berechnen? Wie hoch sind sie?</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="font-size: small;">Gesamtbetrag geteilt durch 12 dann hat man herausbekommen wie hoch 1 Monatsrate ist.</td> <td style="font-size: small;"> $1736 : 12 = 144,67$ </td> </tr> </tbody> </table>	Gesamtbetrag geteilt durch 12 dann hat man herausbekommen wie hoch 1 Monatsrate ist.	$1736 : 12 = 144,67$		
Gesamtbetrag geteilt durch 12 dann hat man herausbekommen wie hoch 1 Monatsrate ist.	$1736 : 12 = 144,67$				

Abb. 4: Elisas graphisch und sprachlich gestützter, gelingender Lösungsweg zur fünften Raten-Aufgabe

Erst die Veranschaulichung der mathematischen und kontextuellen Zusammenhänge am Prozentstreifen klärt für Elisa (und andere Lernende), dass Raten nicht dasselbe sind wie Zinsen, sondern sich auf die zurückzuzahlende Summe von Schulden und Zinsen beziehen. In einer Masterarbeit (Nimmergut 2014) wurde daraufhin die in Abb. 4 abgedruckte Anleitung entwickelt, mit der diese Veranschaulichung des Prozentstreifens sukzessive eingeführt wird, um dann entlang von Leitfragen die Bedeutung der Raten und des Rechenweges zu ihrer Bestimmung zu erarbeiten. Elisas schriftliche Bearbeitung in Abb. 4 zur fünften Raten-Aufgabe zeigt, wie sehr ihr dieser Zugriff hilft, um die Zusammenhänge zu klären.

Während der Prozentstreifen und weitere bedeutungsbezogene Sprachmittel im Beispiel 2 vor allem für die *kognitive* Funktion von Sprache zentral waren (Sprache als Denkwerkzeug zum Durchdringen mathematischer und kontextueller Zusammenhänge, vgl. Maier & Schweiger 1999), zeigt das nächste Beispiel zusätzlich ihre *kommunikative* Bedeutung in Verständigungssituationen:

Beispiel 3: Janek und die Zusammenhänge bei der Formulierungsveränderung

Da verschiedene Zusammenhänge zwischen mathematischen Konzepten auch in sehr ähnlicher sprachlicher Gestalt erscheinen, wird in einer Gesamtschulklasse 8 das Prinzip der Formulierungsveränderung angewandt, mit dem Lernende durch Vergleich ähnlicher, aber bedeutungsverschiedener Formulierungen für sprachliche Feinheiten sensibilisiert werden können (vgl. Prediger 2015). Die Lehrerin der Klasse schreibt dazu drei Formulierungen an die Tafel (vgl. Abb. 5) und fragt die Lernenden, was jeweils der Zinssatz $p\%$, was das Kapital K und was die Zinsen Z sind, um die Bedeutungen der Formulierungen zu klären. Nachdem die erste Formulierung schon geklärt ist, entwickelt sich an der zweiten Formulierung „3 % sind 600 €“ folgendes Unterrichtsgespräch zwischen Bae und der Lehrerin (L):

- 1 Bae: 600 € ist das Kapital, 3% ist der Zinssatz.
 2 L: Warte, ich trag das hier mal ein. Ich denke, da hat keiner etwas dagegen [schreibt $p\%$ auf die Folie über Formulierung (2)]. Das Prozentzeichen sagt mir ja, dass es der Zinssatz ist.
 Jetzt hat Bae was gesagt, womit ich nicht ganz einverstanden bin.
 3 L: [zeigt auf die Formulierung (2)] Denn da ist ein Unterschied, schaut euch mal bitte die Wörter an.
 4 Bae: 'sind' und 'von'.
 5 L: Genau. Ehm. Was könnte das denn hier sein?
 6 Bae: Nur ein Teil vom Kapital.
 7 L: Gut. Und ein Teil des Kapitals hat auch einen Namen. Guck bitte noch einmal oben in die erste Aufgabe, da sind 3 Begriffe, welcher Begriff könnte das denn sein?
 8 Bae: Zinsen.
 [Unruhe in der Klasse]
 ...
 11 L: Ok. Könntest du denn mal den Rechenweg beschreiben?
 [viele zögern, nur Latife und Janek melden sich]
 12 Janek: Ehm. 600 durch 3 mal 100 sind 20 000.
 13 L: Das ging aber fix. Wie hast du das so schnell hingekriegt? Komm, mal etwas langsamer, die Rechenschritte.
 14 Janek: 600 wegen dem Zinssatz, dann durch 3 wegen den Prozenten und dann halt das mal, weil 600 € das Volle sind, also.

- $p\%$ $K=100\%$ Z
 ① 3% von 600€ $600\text{€} : 100 : 3 = 18\text{€}$
 $p\%$
 ② 3% sind 600€
 ③ 3€ von 600€

Abb. 5: Rekonstruktion der Folie zur Formulierungsveränderung

Der Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Formulierung (aus Abb. 5) ist für Bae zunächst nicht offensichtlich (in Zeile 1). Nachdem die Lehrerin ihn auf den Unterschied zwischen ‚sind‘ und ‚von‘ hingewiesen hat, formuliert er (in Zeile 6) richtig, dass 600 € nur ein „Teil vom Kapital“ sind.

Er benutzt also das tragfähige bedeutungsbezogene Sprachmittel „Teil vom Ganzen“. Von dort führt ihn die Lehrkraft auch zum formalbezogenen Begriff „Zinsen“.

Während für Bae die Bedeutungskonstruktion also erfolgreich verlaufen ist, können viele andere in der Klasse diesem Gespräch nicht folgen. Dies zeigt die große Unruhe und das Zögern der anderen. Janek liefert zwar den richtigen Rechenweg, doch spätestens jetzt wäre eine graphische Darstellung hilfreich gewesen, damit mehr Lernende an dem Gespräch teilhaben können. Auch wäre dann vermutlich aufgefallen, dass Janeks Rechenweg zwar stimmt, aber seine Begründung (in Zeile 14) falsche Zusammenhänge knüpft.

Diese Episode ist typisch für viele Unterrichtsgespräche, die durch Videoaufnahmen in den Projekten Interpass und BiSS erfasst werden konnten: Viele Lehrkräfte legen inzwischen durchaus Wert auf angemessene Ausdrucksweisen ihrer Lernenden. Doch finden die Unterrichtsgespräche oft auf einem hohen bildungs- und fachsprachlichen Niveau statt, so dass nur ein Teil der Klasse folgen kann, sowohl aufgrund fehlender Konzentrationsfähigkeit als auch aufgrund fehlender Sprachmittel.

Die Aktivierung graphischer Darstellungsmittel kann in solchen Momenten helfen, die Gedanken einzelner (wie hier von Janek) für alle zugänglich zu machen (Prediger et al. 2015 / i. Dr.). Konkret könnte die Episode also zum Beispiel so weiter gehen (fiktive Weiterführung):

- 15 L: Moment mal, da können wir, glaub ich, noch nicht alle folgen.
Ich zeichne das mal auf [*zeichnet Skizze in Abb. 6 ohne 600 €*].
Wo gehört jetzt die 600 € hin, zur 3 % oder zu den 100 %?
- 16 Latife: Dahin, weil ja nur Teil, nicht Ganze [*zeichnet in blau die 600 € ein*].
- 17 L: Ja genau, denn 3 % SIND ja 600 €, und das ist der TEIL, den markiere ich hier vorne. Jetzt kann Janek nochmal seinen Rechenweg erklären.
- 18 Janek: Ok. 600 durch 3, dann bin ich bei 1% hier vorne, dann mit 100 multiplizieren, dann bin ich beim ganzen Kapital, hier hinten.
- 19 L: Ja super, jetzt hast du es gut erklärt. Bei '3% sind 600 €' sind die 600 € der Teil, also die Zinsen. Wenn man nun das Ganze bestimmen will, kann man runter rechnen auf 1%, und dann hochrechnen auf das gesamte Kapital.

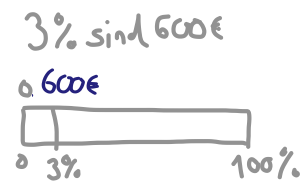


Abb. 6: Fiktives Tafelbild macht Ideen für alle zugänglich

Das Bild des Prozentstreifens ermöglicht nicht nur mehr Schülerinnen und Schülern das Mitdenken, sondern auch das Mitreden über die komplexen Zusammenhänge mit zunächst einfacheren Mitteln: Gesten des Draufzeigens (Latife in Zeile 16) und sprachliches Draufzeigen durch deiktische Mittel wie in „hier vorne“ (Janek in Zeile 18) können auch diejenigen aktivieren, die noch kein explizitsprachliches Repertoire haben. Diese Basis nutzt die Lehrkraft im nächsten Schritt (in Zeile 19), um für alle ein explizitsprachliches (bedeutungsbezogenes oder formalbezogenes) Vokabular anzubieten.

Die Relevanz explizitsprachlicher, bedeutungsbezogener Sprachmittel im Klassengespräch sollte in weiteren Studien systematischer untersucht werden. Doch zeigen die ersten empirischen Einblicke, dass das Klassengespräch für viele Lernende weit zugänglicher wird, wenn – ähnlich wie in diesem Beispiel – verbale und graphische Mittel angeboten werden, die eine Brücke zwischen den beschränkten Alltagssprachlichen Ressourcen und den abstrakten Konzepten bzw. Vorgehensweisen schlagen können.

1.4. Weitere notwendige Sprachmittel für das Bewältigen von Sachzusammenhängen

Wenn Lernende die mathematischen Konzepte und ihre strukturellen Zusammenhänge verstanden haben, kommt eine weitere Herausforderung hinzu: Die Konzepte sollen in weiteren Sachzusammenhängen angewandt werden (Tätigkeit (c) der Auflistung aus Abschnitt 1.3). Diese Sachzusammenhänge treten den Lernenden in Textaufgaben oder in sachhaltigen authentischen Texten wie Bankprospekten oder Zeitungsartikeln entgegen und bergen dabei viele weitere sprachliche Herausforderungen.

Schon die kleine Zusammenstellung von Schulbuchaufgaben in Abb. 7 zeigt, dass in solchen sachhaltigen Texten zahlreiche weitere Sprachmittel verwendet werden, die über den bedeutungsbezogenen Denkwortschatz hinausgehen, zum Beispiel ‚Konto überziehen‘, und ‚Kapital anlegen‘. Das Fachwort Zinsen dagegen wird wie in der Alltagssprache nicht mehr sauber vom Begriff Zinssatz abgetrennt. Bemerkenswert im Themengebiet Zinsrechnung sind die zahlreichen spezifischen Verben, die die Lernenden zumindest in ihren rezeptiven Wortschatz aufnehmen müssen: ‚Kredit aufnehmen‘ und ‚Kredit geben‘ sind zum Beispiel gegenläufige Prozesse, ‚Haus mit Hypothek belasten‘ ein komplexes Konstrukt.

Gleichwohl ist die Sprachschatarbeit, die mit diesem Aufbauwortschatz verbunden ist, doch einfacher als die Etablierung des bedeutungs- und formalbezogenen Grundwortschatzes, denn die Bedeutungen der neuen Wörter und Satzbausteine müssen nicht erst mental konstruiert werden, sondern sind schlichter durch Verweise auf Synonyme im aufgebauten bedeutungs- oder formalbezogenen Wortschatz zu klären.

The image shows a page from a math textbook with several word problems related to interest calculation. The problems are numbered 16, 17, 18, 4, and 9. Each problem includes a context and a question. Problem 16 asks for the credit amount given interest and annual interest. Problem 17 asks for the initial deposit and current balance given interest and rate. Problem 18 asks for the inheritance amount and the amount after one year. Problem 4 asks for the calculation of interest for three different mortgage amounts and rates. Problem 9 asks for the interest on a credit given the rate and time.

16 [] Klaus hat sein Motorrad mit einem Kredit finanziert, für den er 360 € Jahreszinsen bezahlen muss. Der Zinssatz ist 12%. Wie hoch ist der Kredit?

17 [] Vincenzo erhält nach einem Jahr 7,20 € Zinsen auf dem Sparbuch gutgeschrieben. Das angelegte Geld wurde mit 2,5% verzinst. Wie hoch war das Guthaben und wie viel Geld hat er nun auf dem Sparbuch?

18 [] Sandra hat von ihren Großeltern geerbt. Sie legt das Geld in Sparbriefen zu 5,6% an und erhält nach einem Jahr 1050 € Zinsen.
a) Wie viel Geld hat sie geerbt?
b) Wie viel Geld hat sie nach einem Jahr?
c) [●] Löse b) mit dem Zinsfaktor.

4 Florians Eltern haben ihr Haus mit drei Hypotheken belastet. Die angegebenen Zinssätze haben sie mit ihrer Bank vereinbart.
I. 90 000 € zu einem Zinssatz von 5,5%
II. 80 000 € zu einem Zinssatz von 4,8%
III. 60 000 € zu einem Zinssatz von 5,9%
a) Berechne die Zinsen der einzelnen Hypotheken nach Ablauf eines Jahres.
b) Wie viel Zinsen müssen sie insgesamt pro Jahr bezahlen?

9 Für die Überziehung eines Girokontos verlangt die Sparkasse einen Zinssatz von 13,25% p.a. Berechne die Zinsen für die Zeit von 17 Tagen und einen Kredit von 4657 €.

Abb. 7: Textaufgaben mit vielfältigen kontextbezogenen Ausdrücken zur Zinsrechnung aus Mathe live 8 (Böer et al. 2008: 42), und Zahlen und Größen 8 (Aits et al. 2000: 133/140)

2. Spezifizierung und Sequenzierung des notwendigen themenbezogenen Sprachschatzes für einen verstehensorientierten Mathematikunterricht

Die Beispiele aus der Zinsrechnung in Abschnitt 1 bestätigen die hohe Relevanz, die der Sprachschatarbeit zugesprochen wird (Bohn 2000, Ulrich 2013, Steinhoff 2013). Im Mathematikunterricht ist dabei jedoch nicht nur auf formalbezogene Fachwörter zu achten, denen viele Mathematiklehrkräfte seit Jahren große Aufmerksamkeit schenken, sondern auch auf weitere, bedeutungsbezogene Sprachmittel, die teilweise dem bildungssprachlichen Register zuzuordnen sind. Das bildungssprachliche Register wird in vielen sozial privilegierten Familien bereits erworben, viele sozial benachteiligte Lernende aus bildungsfernen oder mehrsprachigen Familien dagegen müssen hierzu systematischere Lerngelegenheiten in der Schule erhalten (Apeltauer 2008). Ulrich begründet die Bedeutung der Sprachschatarbeit für das fachliche Lernen so:

„Ohne einen quantitativ und qualitativ ausreichenden Wortschatz kann man weder präzise denken – Konzeptbildung und Wortschatzerwerb beeinflussen sich gegenseitig, sind voneinander abhängig – noch zu einem ausreichenden Hör- und Leseverstehen gelangen, schon gar nicht sich differenziert ausdrücken.“ (Ulrich 2013: 308)

Für eine systematische, themenbezogene Sprachschatzarbeit muss daher für jedes Fach und jedes fachliche Thema überlegt werden, welche Sprachmittel gebraucht werden (in unserem Forschungszugang nennen wir dies *Spezifizierung* der Sprachmittel, vgl. Prediger et al. 2012) und in welcher Reihenfolge sie eingeführt werden (die *Sequenzierung* der Sprachmittel, vgl. Gibbons 2002).

2.1 Unterscheidungen der Sprachdidaktik:

produktiver, rezeptiver, potenzieller Wortschatz in Alltags-, Bildungs- und Fachsprache

In der Sprachdidaktik wird gemeinhin unterschieden zwischen dem *produktiven* und dem *rezeptiven Wortschatz*, denn Kinder und Jugendliche verstehen und erkennen (rezeptiv) deutlich mehr Ausdrücke, als sie selbst aktiv nutzen (produktiv) (Bohn 2000, Beese et al. 2014: 60). Nach Bohn (2000: 9) nutzen Kinder zum Schulanfang aktiv bis zu 6.000 Wörter, verstehen aber rezeptiv schon bis zu 14.000 Wörter. Der produktive Wortschatz von Erwachsenen wird zwischen 6.000 und 20.000 Wörter geschätzt, der rezeptive mit 40.000 bis 100.000 Wörtern (ebda; Steinhoff 2013: 13). Es ist also durchaus normal, dass Menschen Ausdrücke, die sie kennenlernen, nicht unmittelbar in ihre eigenen Sprachproduktionen integrieren:

„Neu erlernte Lexeme werden zunächst immer in den rezeptiven Wortschatz überführt, der bei allen Menschen und in allen Lebensaltern viel umfangreicher ist als der produktive.“ (Ulrich 2013: 308f).

Die deutsche Sprache umfasst jedoch weit mehr Wörter: im Duden-Universalwörterbuch stehen 150.000, in Grimms Wörterbuch 500.000; die verschiedenen Fachsprachen zusammen umfassen mehrere Millionen Ausdrücke (Steinhoff 2013: 13). Daher muss auch ein dritter Bereich des Wortschatzes in den Blick genommen werden, nämlich der *potenzielle* Wortschatz:

„Der potenzielle Wortschatz kann als der Wortschatz bezeichnet werden, den sich der Sprecher durch Wortverwandtschaften erschließen kann. Das Verstehen des potenziellen Wortschatzes wird durch Analogien unter Hinzuziehung der Wortbildungsregeln oder durch Internationalismen vereinfacht.“ (Beese et al. 2014: 169)

Durch Wortbildungsregeln erschließbar sind dabei zum Beispiel einige (wenn auch nicht alle) zusammengesetzte Wörter (wie Mittel|senkrechte, Zuschauer|schnitt), Adjektivderivate oder Substantivierungen (wie Gleichung lösen – lösbar – Lösbarkeit einer Gleichung), die jeweils im Mathematikunterricht eine große Rolle spielen, wie eine korpuslinguistische Analyse von Schulbuchkapiteln zur Prozent- und Zinsrechnung gezeigt hat (Niederhaus, Pöhler, Prediger 2015). Mit dem potenziellen Wortschatz wird daher kein fest umrissener Wortschatz eines Individuums bezeichnet, sondern „die Kompetenz, die Bedeutung unbekannter Wörter zu erschließen“ (Beese et al. 2014: 61).

Unterschieden wird oft auch zwischen dem Wortschatz aus dem *alltagssprachlichen, bildungssprachlichen und fachsprachlichen Register* (z.B. Gogolin 2009 u.v.a.). Doch erweist sich für die Planung systematischer Wortschatzarbeit im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 1 die Unterscheidung in Fach- und Bildungssprache als nur begrenzt hilfreich, gerade wenn Fachsprache auf formalbezogene Begriffe verkürzt wird. Zudem ist für viele Ausdrücke schwer zu entscheiden, ob sie zur engeren mathematischen Fachsprache oder zur Bildungssprache gehören, z.B. ‚Kapital aufnehmen‘, ‚Teil eines Ganzen‘, ‚pro Jahr‘. Diese Ausdrücke betreffen nämlich gerade die Bereiche der schulmathematischen Fachsprache, die auch im bildungssprachlichen Inventar anderer Fachgebiete relevant sind.

Wichtig ist jedoch die bildungssoziologische Dimension der Diskussion um Bildungssprache, denn sie rückt gerade die Sprachmittel ins Blickfeld, die Lehrkräfte oft implizit als Lernvoraussetzung betrachten, d.h. als vorhandene Ressource der Lernenden. Dies trifft jedoch nur für einige Lernende aus sozial privilegierten Familien zu, während sie für andere Lernende zum Lerngegenstand gemacht werden müssen (vgl. Beispiel 3 in Abschnitt 1.3 und Gogolin 2009).

2.2 Unterscheidungen für verstehensorientierten Mathematikunterricht: Bedeutungs-, formal- und kontextbezogener Wortschatz

Für einen verstehensorientierten Mathematikunterricht, bei dem der Aufbau und die flexible Nutzung von mathematischen Konzepten in inner- und außermathematisch reichhaltigen Zusammenhängen im Mittelpunkt steht, hat sich die Unterscheidung in vier Stufen eines gestuften Sprachschatzes bewährt, die in dieser Reihenfolge sequenziert erarbeitet werden sollten (vgl. Abb. 8 aus Pöhler & Prediger 2015).

- eigensprachliche Ressourcen der Lernenden
- bedeutungsbezogener Denkwortschatz
- formalbezogener Wortschatz
- kontextbezogener Lesewortschatz

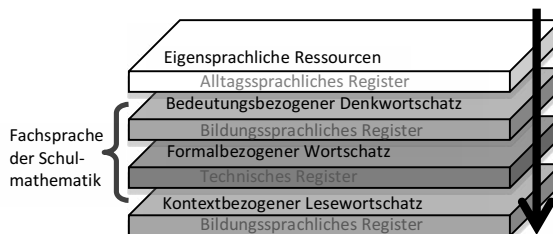


Abb. 8: Gestufter Sprachschatz

Diese Stufung von den vorunterrichtlichen zu den formalbezogenen Sprachmitteln ist kompatibel mit der üblichen Sequenzierung im Sinne eines Makro-Scaffoldings (Gibbons 2002, für Mathematik bereits Pimm 1987), jedoch mit expliziterem Fokus auf der Bedeutungskonstruktion. Sie ist außerdem ergänzt um die nachträgliche Ausweitung auf den kontextbezogenen Lesewortschatz, der oft dem gleichen Register wie der bedeutungsbezogene Denkwortschatz zuzuordnen ist, aber andere Funktionen im Lernprozess innehat. Zur Konkretisierung sind in Tabelle 1 die verschiedenen Sprachmittel aus Abschnitt 1 zur Zinsrechnung – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – noch einmal im Zusammenhang der vier Stufen dargestellt.

Tabelle 1: Gestufter Sprachschatz für das Beispiel Zinsrechnung (Beispiele aus Abschnitt 1)

Eigensprachliche Ressourcen der Lernenden	<ul style="list-style-type: none"> • Geld, das ich zur Bank bringe • die ganze Summe • was die mir dafür geben als Gebühr • die Kosten • ...
Bedeutungsbezogener Denkwortschatz	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Prozentstreifen als graphische Darstellung</i> • die Gebühr, die ich von der Bank erhalte, weil ich ihr mein Geld geliehen habe • Teil von einem Ganzen, Anteil an einem Ganzen • es ergibt sich... • Multiplizieren entspricht dem Anteil nehmen • Geld, das in kleinen Etappen zurück gezahlt werden muss
Formalbezogener Wortschatz	<ul style="list-style-type: none"> • $K \cdot p = Z$ • $K_n = K_{n-1} \cdot p + K_{n-1}$ • der Zinssatz als Anteil von dem Kapital • Prozentsatz von einem Grundwert ergibt den Prozentwert • monatliche Rate ergibt sich... • ...
Kontextbezogener Lesewortschatz	<ul style="list-style-type: none"> • den Zins gewähren • die Zinsen zahlen • zur Verfügung haben • Sparguthaben anlegen • einen Kredit aufnehmen, geben, auslösen • Finanzierungsangebot • Konto überziehen, Überziehungszinsen • Soll, Schulden • ...

Die vier Stufen des gestuften Sprachschatzes lassen sich wie folgt erklären:

- Die *eigensprachlichen, vorunterrichtlichen Ressourcen der Lernenden* gibt es nur im Plural, denn sie sind für alle Lernenden unterschiedlich. So werden diejenigen Sprachmittel aus dem produktiven individuellen Wortschatz bezeichnet, mit dem sich die Lernenden jeweils einem

Inhalt annähern können. Sie umfassen Alltagssprachliche Mittel, in höheren Jahrgängen auch bedeutungs- und formalbezogene Sprachmittel, die aus dem vorangegangenen Unterricht der Lernenden in ihren produktiven Wortschatz übergegangen sind, und zwar in allen den Lernenden verfügbaren Sprachen. Für das Design von mathematikbezogenen Lernumgebungen zum Aufbau konzeptuellen Verständnisses ist es demnach wichtig, einen geeigneten lernendennahen Kontext und Aktivitäten zu finden, aus dem Lernende für die Annäherung an die Konzepte (inner- und außermathematische) Vorerfahrungen einbringen können und in denen sie mathematisch und sprachlich reichhaltig aktiviert werden (vgl. Lengnink, Prediger, Weber 2011 für die Aktivierung inhaltlicher Vorstellungen). Sie dienen auch der unterrichtsintegrierten Diagnose, welche Ressourcen tatsächlich aktiviert werden. Durch diese Kontextaktivitäten aktivieren die Schülerinnen und Schüler erste Sprachmittel aus ihrem je individuellen Repertoire selbständig und ohne Vorgabe durch Lehrkraft oder Lernmaterial. Mehrsprachigen Lernenden kann dabei auch Raum für die Nutzung ihrer Familiensprachen gegeben werden.

- Der *bedeutungsbezogene Denkwortschatz* umfasst all diejenigen Wörter, Satzbausteine und graphischen Darstellungen, die erforderlich sind, um den abstrakten Konzepten, Zusammenhängen und Vorgehensweisen eine tragfähige inhaltliche Bedeutung verleihen und darüber kommunizieren zu können (Wessel 2015). Sie dienen dem Verbalisieren und Veranschaulichen von inhaltlichen Vorstellungen und strukturellen Zusammenhängen. Der bedeutungsbezogene Denkwortschatz wird oft dem bildungssprachlichen Repertoire zugeordnet.
- Der *formalbezogene Wortschatz* umfasst all diejenigen Wörter, Satzbausteine und abstrakten (graphischen und symbolischen) Darstellungen aus dem technischen Register, die später für eine weitgehend kontextfreie Verständigung über mathematische Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen wichtig sind. Gerade die numerische und algebraische Symbolsprache stellt dabei weitgreifende Anforderungen an die Lernenden, die nur durch sehr sorgfältige Bedeutungskonstruktionen zu bewältigen sind. Da mathematische Konzepte abstrakter und oft relationaler Natur sind, bedarf der Prozess der Bedeutungskonstruktion auch für Wörter und Satzbausteine einer spezifischen didaktischen Aufmerksamkeit (Prediger 2013b). Bedeutungs- und formalbezogener Wortschatz gehören beiden in den Kern einer *wohl verstandenen Fachsprache der Schulmathematik* (vgl. Abb. 8).
- Der *kontextbezogene Lesewortschatz* umfasst all diejenigen Wörter und Satzbausteine, die (aufbauend auf den vorhergehenden Stufen) außerdem erforderlich sind, wenn die erworbenen Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen in weiteren Sachzusammenhängen genutzt werden müssen, z.B. beim Lesen von mathematikhaltigen Zeitungsartikeln. Ihre Bedeutungen müssen nicht erst in längeren Prozessen konstruiert werden, sondern lassen sich meist durch Wortverwandtschaften oder den Verweis auf Synonyme im bedeutungsbezogenen Wortschatz klären, gleichwohl stellen sie weiteren Lernstoff dar, wenn auch für den rezeptiven oder potenziellen Wortschatz, nicht zwangsläufig für den aktiven. Sie entstammen meist dem bildungssprachlichen Register, zählen aber nicht im engeren Sinne zur Fachsprache der Schulmathematik.

Diese vier Stufen beziehen sich auf die Gebrauchssituationen beim Aufbau konzeptuellen Verständnisses; für andere Gebrauchssituationen könnten andere Sprachmittel hinzukommen, zum Beispiel zum Strukturieren einer Stellungnahme o.ä.

Diese Spezifizierung und Sequenzierung der vier Bereiche in einen gestuften Sprachschatz ist zu verstehen als eine *themenspezifische* Realisierung der Forderung von Steinhoff (2013), „einen ‚kommunikativen Grund- und Aufbauwortschatz‘ zu modellieren, der es ermöglichte, den Wortschatz im Kontext relevanter und aufeinander aufbauender Kommunikationsformate zu lehren und zu lernen“ (Steinhoff 2013: 17). Die Sequenzierung folgt keinem einfachen, nach Häufigkeit strukturierten Schwierigkeitsmodell für Wortschatz, das Steinhoff zu Recht kritisiert (S. 16). Zugrunde liegt statt-

dessen ein mathematikdidaktisch wohl konsolidiertes Modell des gestuften Konzepterwerbs ausgehend von vorunterrichtlichen Ressourcen der Lernenden hin zu den abstrakten Konzepten und dann ihren vielfältigen Anwendungen (Freudenthal 1983), das von Wessel (2015) und Pöhler und Prediger (2015) systematisch mit der Sprachschatzarbeit verknüpft wurde. Die in Abschnitt 1.3 aufgezählten Tätigkeiten (a) bis (c) entsprechen dabei den Gebrauchssituationen und Kommunikationsformaten, die gemäß der Forderung von Steinhoff „*Schlüsselstellen*“ des jeweiligen Erwerbsprozesses“ (2013: 18) adressieren.

Weitere, themenübergreifende Sprachmittel zur Realisierung bestimmter Diskursaktivitäten oder Textsorten (Argumentation, Stellungnahme, Verfahrenserläuterung, ...) müssen zur Ausweitung dieses themenbezogenen Modells weiter beforscht werden.

2.3 Spezifizierung und Sequenzierung der Sprachmittel entlang der vier Bereiche

Will man für einen neuen mathematischen Lerngegenstand also die notwendigen Sprachmittel entlang der eingeführten vier Bereiche spezifizieren, muss man sich folgende Fragen stellen (die geänderte Reihenfolge macht die Spezifizierung einfacher):

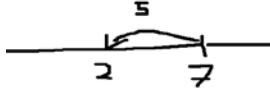
- *Mathematischer Lerngegenstand*: Welche Konzepte, Zusammenhänge oder Vorgehensweisen sollen erarbeitet werden?
- *Formalbezogener Wortschatz*: Welche Wörter, Satzbausteine und abstrakten (symbolischen und graphischen) Darstellungen sind notwendig, um sich fachsprachlich angemessen über die abstrakten Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen zu verständigen? Welche davon sollen die Lernenden in ihren produktiven Wortschatz übernehmen, für welche reicht der rezeptive? Welche sind ganz verzichtbar?
- *Bedeutungsbezogener Denkwortschatz*: Welche Satzbausteine und graphische Darstellungen sind nötig, um die Bedeutung der Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen zu erklären? Welche davon sollen die Lernenden in den produktiven Wortschatz übernehmen, für welche reicht der rezeptive?
- *Eigensprachliche Ressourcen*: In welchem Kontext, mit welchen Problemstellungen können Lernende reichhaltige eigene inhaltliche und sprachliche Vorerfahrungen aktivieren? Mit welchen Sprachmitteln ist dabei zu rechnen, wo gibt es voraussichtlich Lücken?
- *Kontextbezogener Lesewortschatz*: In welchen weiteren Kontexten werden die erarbeiteten Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen noch angewandt, und welche Sprachmittel werden dabei benötigt? Welche sind im potenziellen Wortschatz durch Wortverwandtschaften zu erschließen, welche müssen explizit in den rezeptiven Wortschatz aufgenommen werden?

Diese Fragen sind nur begrenzt rein theoretisch zu beantworten, sondern bedürfen auch der Empirie bzw. der sorgfältigen Beobachtung im Unterricht. Die Frage nach dem Lesewortschatz ist z.B. durch korpuslinguistische Studien zu klären, in der Leseanforderungen in Texten systematisch inventarisiert werden bzgl. der notwendigen Sprachmittel (wie exemplarisch für die Prozent- und Zinsrechnung in Niederhaus et al. 2015 / i. Dr.). Die anderen Fragen adressieren auch mündliche Sprache, daher bewähren sich Designexperimente mit einer genauen qualitativen, videogestützten Analyse von gezielt gestalteten Lehr-Lernprozessen, an die sich komparative Inventarisierungen von mündlich genutzten und schriftlich angebotenen Sprachmitteln anschließen. Beispiele für dieses *empirisch gestützte Vorgehen zur Spezifizierung notwendiger Sprachmittel* für jeweils einige der vier Stufen liefern die Studien zu Brüchen (Wessel 2015), Prozenten (Pöhler & Prediger 2015) und Funktionen (Zindel 2013, Prediger 2013a).

3. Fazit und Ausblick auf Aktivitäten der Sprachschatzarbeit im Unterricht

Um eine gestufte Sprachschatzarbeit für die eigene Unterrichtsplanung oder das eigene Design von Lernarrangements zu erleichtern, werden wichtige Planungsfragen in Tabelle 2 zusammengestellt. Die Tabelle enthält zur leichteren Erfassbarkeit auch die Fortsetzung des einfachen Beispiels Subtrahieren aus Abschnitt 1.2, das jenseits der angesprochenen formalbezogenen Satzbausteine auf die weiteren Stufen fortgesetzt wird. Die Planungsfragen betreffen neben dem „Was?“ (bzgl. der Spezifizierung und Sequenzierung des Sprachschatzes) auch das „Wie?“ (bzgl. ihrer unterrichtlichen Thematisierung), das im Anschluss kurz erläutert wird.

Tabelle 2: Matrix zur Planung von gestufter Sprachschatzarbeit in einer Unterrichtsreihe

Stufe der Sprachschatzarbeit (mit Beispiel zum Subtrahieren)	Fragen bei der Planung des Unterrichts
Eigensprachliche Ressourcen der Lernenden (z.B. „das wird weniger“) ●●●●●●●●	Was? <ul style="list-style-type: none"> Über welche Sprachmittel verfügen welche Lernenden in der Klasse vermutlich bereits? Bei wem gibt es voraussichtlich welche Lücken? Wie? <ul style="list-style-type: none"> In welchem Kontext, mit welchen Problemstellungen können Lernende reichhaltige eigene inhaltliche und sprachliche Vorerfahrungen aktivieren? Wie ist die Lernsituation didaktisch und methodisch zu gestalten, damit Lernende ihre eigensprachlichen Ressourcen auch explizieren?
Bedeutungsbezogener Denkwortschatz (z.B. „die 7 wird um 5 weniger, dann sind es 2“, „nimmt man von 7 nun 5 weg, dann bleiben 2 übrig“) 	Was? <ul style="list-style-type: none"> Welche bedeutungsbezogenen Sprachmittel (Satzbausteine und graphische Darstellungen) sind nötig, um die Bedeutung der Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen zu erklären? Welche bedeutungsbezogenen Sprachmittel sollen die Lernenden in den produktiven Wortschatz übernehmen, für welche reicht der rezeptive? Wie? <ul style="list-style-type: none"> Welche bedeutungsbezogenen Sprachmittel (Satzbausteine und graphische Darstellungen) können aus der Klasse gesammelt werden, welche muss die Lehrkraft einführen? In welchem lebensweltlichen Kontext (bzw. Kontexten) können die bedeutungsbezogenen Sprachmittel am besten verstanden und ausgedrückt werden? Wie können die bedeutungsbezogenen Sprachmittel mit den eigensprachlichen Ressourcen vernetzt werden? Durch welche Aktivitäten können die bedeutungsbezogenen Sprachmittel gesichert und eingeübt werden, damit Lernende sie in der Sprachproduktion reaktivieren?
Formalbezogener Wortschatz (z.B. „ $7-5=2$ “, „man subtrahiert 5 von 7“)	Was? <ul style="list-style-type: none"> Welche formalbezogenen Sprachmittel (Wörter, Satzbausteine und abstrakte symbolische und graphische Darstellungen) sind notwendig, um fachsprachlich angemessen die abstrakten Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweisen auszudrücken? Welche formalbezogenen Sprachmittel sollen die Lernenden in den produktiven Wortschatz übernehmen, für welche reicht der rezeptive? Welche sind ganz verzichtbar? Wie? <ul style="list-style-type: none"> Wie können die formalbezogenen Sprachmittel (Wörter, Satzbausteine und abstrakte symbolische und graphische Darstellungen) mit den aktivierten eigensprachlichen Ressourcen und dem bereits etablierten bedeutungsbezogenen Denkwortschatz vernetzt werden? Wie können die formalbezogenen Sprachmittel gesichert und eingeübt werden, damit Lernende sie in der Sprachproduktion reaktivieren?
Kontextbezogener Lesewortschatz (z.B. „7 wird ermäßigt um 5“, „7 wird reduziert um 5“)	Was? <ul style="list-style-type: none"> In welchen weiteren Kontexten werden die erarbeiteten Konzepte, Zusammenhänge und Vorgehensweise noch angewandt, und welche Sprachmittel werden dabei benötigt? Welche kontextbezogenen Sprachmittel sind im potenziellen Wortschatz durch Wortverwandtschaften zu erschließen, welche müssen explizit in den rezeptiven Wortschatz aufgenommen werden? Wie? <ul style="list-style-type: none"> Wie kann das Erschließen des potenziellen Wortschatzes angeregt / unterstützt werden? Wie werden die Sprachmittel des kontextbezogenen Lesewortschatzes mit den bedeutungsbezogenen und formalbezogenen vernetzt? Wie können sie gesichert und ihre Bedeutungserschließung eingeübt werden?

Die Tabelle zeigt zusammenfassend, dass das „Was?“, also die Frage der Spezifizierung und geeigneten Sequenzierung des Sprachschatzes stark von den Eigenheiten des Faches Mathematik und seiner *spezifischen* Natur der Inhalte geprägt ist, nämlich abstrakten, teils relationalen Konzepten und Zusammenhängen, deren Bedeutungserschließung zum Aufbau konzeptuellen Verständnisses zentral ist (vgl. Prediger 2013b).

Dagegen ist die Frage des „Wie?“, also die Frage nach der Vermittlung und geeigneten Aneignungsaktivitäten für Sprachschatz einfacher aus anderen Fächern *übertragbar* (z.B. Michalak 2009, Steinhoff 2013, Ulrich 2013). So schlägt etwa Kühn für fremdes Vokabular drei zentrale Aktivitäten in seinem „wortschatzdidaktischen Dreischritt“ (Kühn 2000, zitiert nach Steinhoff 2013) vor:

- Bedeutungen klären in der Sprachrezeption
- Vernetzen in der Sprachreflexion
- Reaktivieren in der Sprachproduktion

Diese Basisaktivitäten sind aufgrund ihres strukturellen Aufbaus für die vier Stufen des gestuften Sprachschatzes unterschiedlich zu gewichten und zu ordnen, insbesondere bzgl. der Arbeitsteilung zwischen Lehrkraft und Lernenden:

- Für die *eigensprachlichen Ressourcen* ist vor allem das *Reaktivieren* durch die Lernenden von Bedeutung, sie werden außerdem später durch die Lehrkraft *vernetzt* mit dem bedeutungs- und formalbezogenen Wortschatz.
- Den *bedeutungsbezogenen Wortschatz* muss oft die Lehrkraft durch gezielte Sprachangebote *einführen* (insbesondere wenn das eingeführte Schulbuch zu wenig Fokus auf konzeptuelles Verständnis legt) oder aus der gesamten Klasse zusammentragen. Die Bedeutungen werden dann durch die Lernenden aktiv durch Verankerung in Bilder, Situationen oder den eigensprachlichen Ressourcen *geklärt* und *vernetzt*. Das *Reaktivieren* durch die Lernenden wird durch wiederholte Erkläraufträge initiiert.
- Für den *formalbezogenen Wortschatz* bietet meist das Schulbuch systematische Anlässe zum *Einführen* durch die Lehrkraft. Das *Bedeutungen klären* erfolgt durch gezieltes Vernetzen mit den bedeutungsbezogenen und eigensprachlichen Mitteln, bei dem die Lernenden einen aktiven Anteil behalten müssen. Diese Vernetzung ist daher ohne die vorhergehenden Stufen kaum möglich. Zum *Reaktivieren* der formalbezogenen Sprachmittel ist das konsequente, wiederholte *Einfordern* durch die Lehrkraft notwendig; sonst verbleibt der formalbezogene Wortschatz nur im rezeptiven Wortschatz.
- Der *kontextbezogene Lesewortschatz* tritt den Lernenden in Texten entgegen, hier reicht ein kurzes *Vernetzen*, weil die Konzepte bereits gebildet sind und daher nur Synonyme zu finden sind. Zudem wird die Aufnahme in den produktiven Wortschatz in der Regel nicht erwartet.

Weitere Entwicklungsforschungsstudien werden notwendig sein, um die Aktivitäten zu konkretisieren und in ihren Wirkungen für die individuelle Sprachschatz-Entwicklung zu beforschen.

Dank

Die Beispiele stammen aus Videodaten des BiSS-Schulverbunds „Koordiniertes fachliches und sprachliches Lernen in der Sekundarstufe I: Verbund Lesen, Schreiben, Sprechen im Mathematikunterricht der Klassen 7/8“ unter der Leitung von Susanne Prediger und Uli Brauner, in dem fünf Gesamtschulen aus dem Dortmunder Raum gemeinsam an Sprachbildung arbeiten. BiSS ist die bundesweite Initiative „Bildung durch Sprache und Schrift“, die vom Bund und den Ländern finanziert wird. Ich danke allen Lehrkräften, Forschenden und Lernenden, die zu ihrer Generierung beigetragen haben. Außerdem danke ich herzlich den Leserinnen und Lesern der Entwurfsfassung für ihr kritisch-konstruktives Feedback.

Literatur

Nahezu alle Publikationen der Autorin sind – zuweilen nach einer halbjährlichen Sperrfrist – online abrufbar unter <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/publikationen.htm>.

- Aits, Ursula; Heske, Henning; Koullen, Reinhold (Hrsg.) (2000): Zahlen und Größen 8. Gesamtschule Nordrhein-Westfalen. Berlin: Cornelsen.
- Apeltauer, Ernst (2008): Wortschatzentwicklung und Wortschatzarbeit. In: Bernt Ahrenholz & Ingelore Oomen-Welke (Hrsg.): Deutsch als Zweitsprache. Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren, 239-253.
- Beese, Melanie; Benholz, Claudia; Chlosta, Christoph; Gürsoy, Erkan; Hinrichs, Beatrix; Niederhaus, Constanze & Oleschko, Sven (2014): Sprachbildung in allen Fächern. München: Langenscheidt / Klett.
- Bohn, Rainer (2000): Probleme der Wortschatzarbeit. Berlin: Langenscheidt.
- Böer, Heinz; Emde, Christel & Kietzmann, Udo (2008): Mathe live 8. Stuttgart: Klett.
- Erath, Kirstin & Prediger, Susanne (2014): Mathematical practices as under-determined learning goals: the case of explaining diagrams in different classroom microcultures. In Susan Oesterle, Peter Liljedahl, Cynthia Nicol & Darien Allan (Hrsg.): Proceedings of the Joint Meeting 3 - 17 of PME 38 and PME-NA 36. Vancouver: PME, 3.17-3.24.
- Freudenthal, Hans (1983): Didactical Phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Kluwer.
- Gibbons, Pauline (2002): Scaffolding Language, Scaffolding Learning. Teaching Second Language Learners in the Mainstream Classroom. Portsmouth: Heinemann.
- Gogolin, Ingrid (2009): "Bildungssprache" - The Importance of Teaching Language in Every School Subject. In: Tanja Tajmel (Hrsg.): Science education unlimited. Approaches to equal opportunities in learning science. Münster et al.: Waxmann, 91-102.
http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/13-Prediger-MNU-FL-MuM_Sprachmittel.pdf
- Kühn, Peter (2000): Kaleidoskop der Wortschatzdidaktik und -methodik. In: Peter Kühn (Hrsg.): Wortschatzarbeit in der Diskussion. Hildesheim u. a.: Olms, 5–28.
- Lengnink, Katja; Prediger, Susanne & Weber, Christof (2011): Lernende abholen, wo sie stehen – Individuelle Vorstellungen aktivieren und nutzen. In: Praxis der Mathematik in der Schule 53(40), 2-7.
- Maier, Hermann & Schweiger, Fritz (1999): Mathematik und Sprache. Wien: Öbv & hpt.
- Michalak, Magdalena (2009): Am Anfang war das Wort. Wortschatzarbeit in mehrsprachigen Klassen. In: Grundschulmagazin 04, 23-28.
- Niederhaus, Constanze; Pöhler, Birte & Prediger, Susanne (2015, im Druck): Relevante Sprachmittel für mathematische Textaufgaben – Korpuslinguistische Annäherung am Beispiel Prozentrechnung. Erscheint in Tschirner, Erwin; Bärenfänger, Olaf & Möhring, Jupp (Hrsg.): Kompetenzprofile Deutsch als fremde Bildungssprache. Stauffenberg: Tübingen.
- Nimmergut, Robert (2014): Förderung sprachlicher und vorstellungsbezogener Entwicklung in der Zinsrechnung. Wie entwickeln sich die Vorstellungen und die sprachlichen Ausdrucksweisen durch Rückgriff auf Prozentstreifen? Masterarbeit. (Betreuung S. Prediger) TU Dortmund.
- Pimm, David (1987): Speaking mathematically - Communication in mathematics classrooms. London: Routledge.
- Prediger, Susanne (2013a): Sprachmittel für mathematische Verstehensprozesse – Einblicke in Probleme, Vorgehensweisen und Ergebnisse von Entwicklungsforschungsstudien. In: Andreas Pallack (Hrsg.): Impulse für eine zeitgemäße Mathematiklehrer-Ausbildung. MNU-Dokumentation der 16. Fachleitertagung Mathematik. Neuss: Seeberger, 26-36.
http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/13-Prediger-MNU-FL-MuM_Sprachmittel.pdf (08.07.2015)
- Prediger, Susanne (2013b): Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen – Mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und überwinden. In: Michael Becker-Mrotzek, Karen Schramm, Eike Thürmann & Helmut Johannes Vollmer (Hrsg.): Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen. Münster et al.: Waxmann, 167-183.
- Prediger, Susanne (2015): Wortfelder und Formulierungsvariation - Intelligente Spracharbeit ohne Erziehung zur Oberflächlichkeit. Lernchancen, 18(104), 10-14.
- Pöhler, Birte & Prediger, Susanne (2015): Intertwining lexical and conceptual learning trajectories - A design research study on dual macro-scaffolding towards percentages. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 11(6), 1697-1722.
- Prediger, Susanne & Wessel, Lena (2013): Fostering German language learners' constructions of meanings for fractions – Design and effects of a language- and mathematics-integrated intervention. Mathematics Education Research Journal, 25(3), 435-456.
- Prediger, Susanne; Link, Michael; Hinz, Renate; Hußmann, Stephan; Thiele, Jörg & Ralle, Bernd (2012): Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. In: Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Unterricht, 65(8), 452–457.
- Prediger, Susanne; Quasthoff, Uta; Vogler, Anna-Marietha & Heller, Vivien (2015, im Druck): How to determine what teachers should learn? Five steps for content specification of professional development programs, exemplified by "moves supporting participation in classroom discussions". Erscheint in Journal für Mathematikdidaktik, 36(2).
- Reblin, Mike (2013): Wortschatzarbeit im Mathematikunterricht. Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft (Hrsg.): Sprachsensibler Fachunterricht. Handreichung zur Wortschatzarbeit in den Jahrgangsstufen 5–10 unter besonderer Berücksichtigung der Fachsprache. Ludwigsfelde: Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg, 213-235. http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/unterrichtsentwicklung/Durchgaengige_Sprachbildung/Publikationen_sprachbildung/sprachsensibler_fachunterricht/7_Sprachsensibler_Fachunterricht-Mathematik.pdf
- Steinhoff, Torsten (2013): Wortschatz – Werkzeuge des Sprachgebrauchs. In: Gailberger, Steffen & Wietzke, Frauke (Hrsg.): Handbuch Kompetenzorientierter Deutschunterricht. Weinheim/Basel: Beltz. 12-29.

- Ulrich, Winfried (2013): Wissenschaftliche Grundlagen der Wortschatzarbeit im Fachunterricht. In Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft (Hrsg.): Sprachsensibler Fachunterricht. Handreichung zur Wortschatzarbeit in den Jahrgangsstufen 5–10 unter besonderer Berücksichtigung der Fachsprache. Ludwigsfelde: Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg, 305-330. <http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/unterricht/sprachbildung/publikation-sprachsensibler-fachunterricht/?L=0> (08.07.2015)
- Wessel, Lena (2015): Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding. Ein Entwicklungsforschungsprojekt zum Anteilbegriff. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Zindel, Carina (2013): Funktionale Abhängigkeiten in Textaufgaben erkennen und nutzen. Diagnose und Förderung. Masterarbeit. (Betreuung S. Prediger) TU Dortmund.